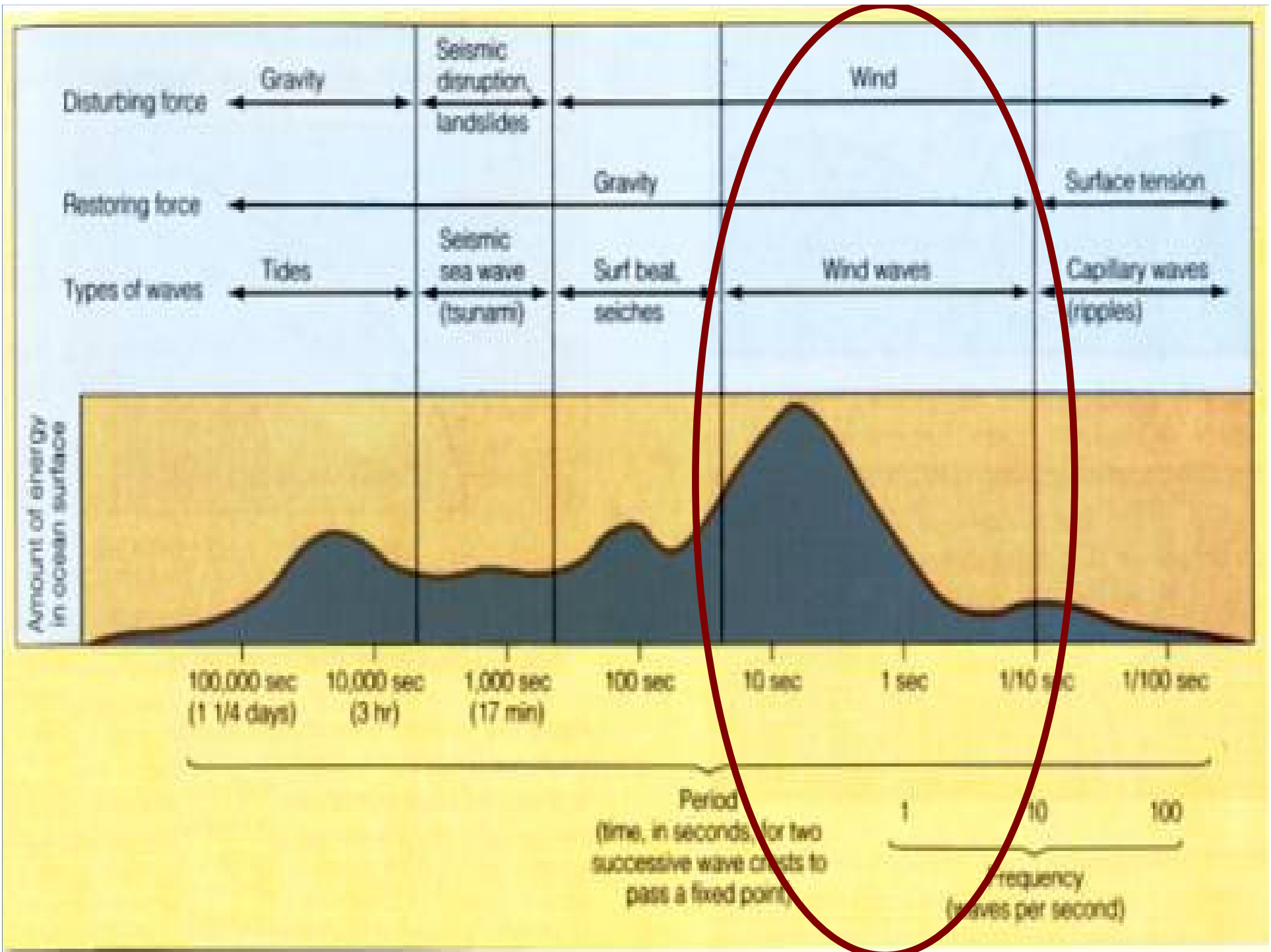


# **ONDAS DE SUPERFÍCIE NO OCEANO**



# MECÂNICA DAS ONDAS (TEORIA LINEAR)

## Hipóteses:

- Movimento irrotacional;
- Fluido incompressível;

EXISTÊNCIA DE UM POTENCIAL DE VELOCIDADE QUE SATISFAZ A EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

$$\nabla \cdot \nabla \phi = 0.$$

# CALCULANDO O DIVERGENTE DE UM GRADIENTE

EQUAÇÃO DE LAPLACE EM DUAS DIMENSÕES

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

POTENCIAL DE VELOCIDADE EM FUNÇÃO DAS COMPONENTES HORZ. E VERT.

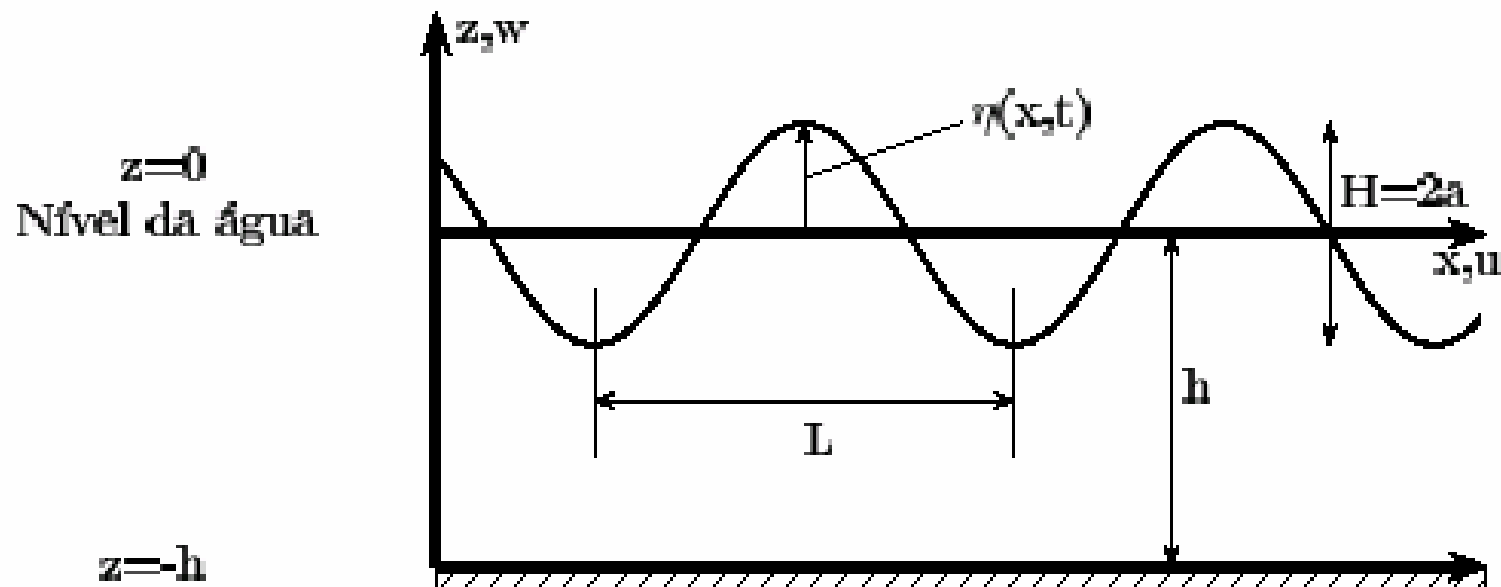
$$u(x, z, t) = -\frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$w(x, z, t) = -\frac{\partial \phi}{\partial z}$$

# CONSERVAÇÃO DO MOMENTO

## EQUAÇÃO DE BERNOULLI NÃO ESTACIONÁRIA

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_w} + gz = 0$$



# CONDIÇÃO DE CONTORNO DINÂMICA NA SUPERFÍCIE LIVRE (CCDSL)

## Hipótese:

- Na superfície livre ( $z = \eta$ ) a pressão é igual a pressão atmosférica ( $p = 0$ ).

## SUBSTITUINDO NA EQUAÇÃO DE BERNOULLI

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_w} + gz = 0$$



CCDSL

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{em} \quad z = 0$$

# CONDIÇÃO DE CONTORNO CINEMÁTICA NA SUPERFÍCIE LIVRE (CCCSL)

## Hipótese:

- Velocidade vertical da superfície livre deve ser igual a velocidade vertical do fluido.

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{em} \quad z = \eta$$

A escala da altura de onda é muito pequena quando comparada com o comprimento fazendo com que o termo de inclinação seja desprezível! Desta forma aplica-se a condição em  $z=0$

# CONDIÇÃO DE CONTORNO CINEMÁTICA NA SUPERFÍCIE LIVRE (CCCSL)

## Hipótese:

- Velocidade vertical da superfície livre deve ser igual a velocidade vertical do fluido.

$$\textcircled{w} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{em} \quad z = \eta$$

SUBSTITUINDO O W DADO POR:



CCCSL

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{em} \quad z = 0$$



# CONDIÇÃO DE CONTORNO CINEMÁTICA NO FUNDO (CCCF)

DE MANEIRA SEMELHANTE A SUPERFÍCIE NÃO EXISTE  
FLUXOS ATRAVÉS DO FUNDO

CCCF

$$w = -\frac{\partial\phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = -h$$

ASSIM O PROBLEMA DE ONDAS SUPERFICIAIS DE GRAVIDADE PELA TEORIA LINEAR É A RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE LAPLACE APLICANDO AS 3 CONDIÇÕES DE CONTORNO CITADAS.

APLICANDO O MÉTODO DE SEPARAÇÃO DE VARIÁVEIS E UTILIZANDO UMA SOLUÇÃO PERIÓDICA, UMA SOLUÇÃO OBTIDA PARA O SISTEMA É:

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh [k(h+z)]}{\cosh [kh]} \cos(kx - \omega t)$$

$$a = \frac{H}{2}$$

→ AMPLITUDE

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

→ FREQUÊNCIA ANGULAR

$$k = \frac{2\pi}{L}$$

→ NÚMERO DE ONDA

## FAZENDO UMA PEQUENA MANIPULAÇÃO ALGÉBRICA COM A EQUAÇÃO

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho_w} + gz = 0$$

## E COM A EQUAÇÃO CCCSL

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{em} \quad z = 0$$

## DETERMINA-SE QUE:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad \text{em} \quad z = 0$$

## APLICANDO A SOLUÇÃO OBTIDA

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag \cosh [k(h + z)]}{\omega \cosh [kh]} \cos(kx - \omega t)$$

NA EQUAÇÃO ANTERIOR:

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad \text{em} \quad z = 0$$

CHEGA-SE NA RELAÇÃO DE DISPERSÃO:

$$\omega^2 = gk \tanh(kh)$$

POR DEFINIÇÃO, UMA ONDA AO SE PROPAGAR PERCORRERÁ A DISTÂNCIA DE UM COMPRIMENTO DE ONDA  $L$  EM UM PERÍODO  $T$ .

LEMBRANDO QUE:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

E

$$k = \frac{2\pi}{L}$$

A VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DA ONDA, OU VELOCIDADE DE FASE É:

$$C = \frac{L}{T} \quad \text{ou} \quad \frac{\omega}{k}$$

**SUBSTITUINDO A REL. DE DISPERSÃO NA EQ. DA VELOCIDADE DE FASE:**

$$C^2 = \frac{g}{k} \tanh(kh)$$

**COMBINANDO A EQ. DA VELOCIDADE DE FASE COM A RELAÇÃO ANTERIOR:**

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right)$$

**AS EQUAÇÕES ANTERIORES COM A REL. DE DISPERSÃO DESCREVEM A MANEIRA COM A QUAL UM CAMPO DE ONDAS COM DIFERENTES FREQUÊNCIAS IRÁ SE DISPERSAR SOBRE OS OCEANOS FORMANDO OS **GRUPOS DE ONDAS.****

A ELEVAÇÃO DA SUPERFÍCIE LIVRE PODE SER OBTIDA ATRAVÉS DA EQUAÇÃO (CCDSL) E REPRESENTADA POR :

$$\eta = \frac{1}{g} \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{z=0}$$

SUBSTITUINDO NA SOLUÇÃO PERIÓDICA E DIFERENCIANDO EM RELAÇÃO AO TEMPO  $t$ :

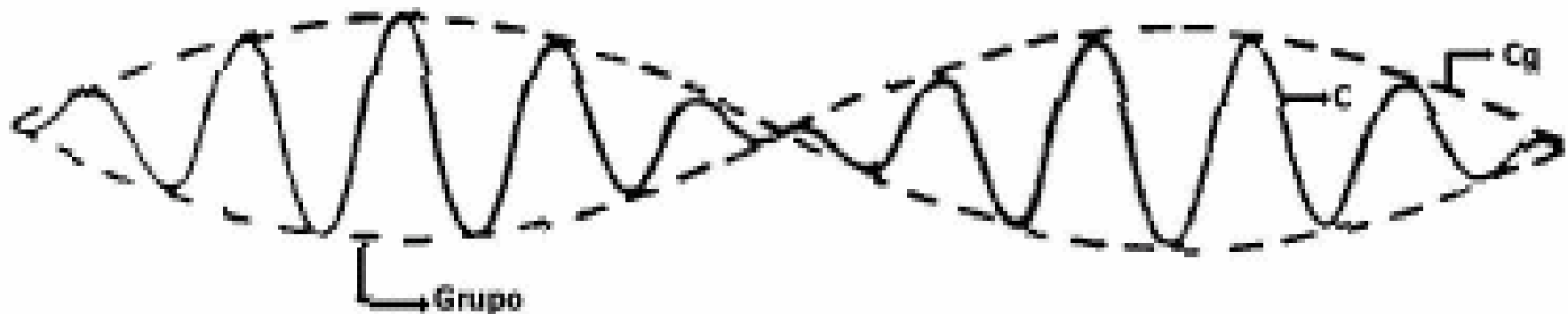
$$\eta = a \text{ sen } (kx - \omega t)$$

QUE REPRESENTA A ELEVAÇÃO DA SUPERFÍCIE LIVRE PARA UM TREM DE ONDAS LINEARES

CONSIDERANDO DOIS TRENS DE ONDAS DE MESMA ALTURA, SE PROPAGANDO NA MESMA DIREÇÃO E COM PEQUENAS DIFERENÇAS NAS SUAS FREQUÊNCIAS E NÚMEROS DE ONDAS. PODEMOS REPRESENTAR SUA SUPERPOSIÇÃO COM UMA SIMPLES SOMA :

$$\eta = \eta_1 + \eta_2$$

$$\eta = 2a \cos \left[ \frac{1}{2}(k_1 - k_2)x - \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t \right] \times \text{sen} \left[ \frac{1}{2}(k_1 + k_2)x - \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t \right]$$





$$C_g = \frac{d\omega}{dk}$$



**APLICANDO A RELAÇÃO DE DISPERSÃO NA DEFINIÇÃO DA VELOCIDADE DE GRUPO E DIFERENCIANDO:**

$$C_g = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)} \right] C$$

**A NATUREZA ASSINTÓTICA DA FUNÇÃO HIPERBÓLICA FAZ COM QUE:**

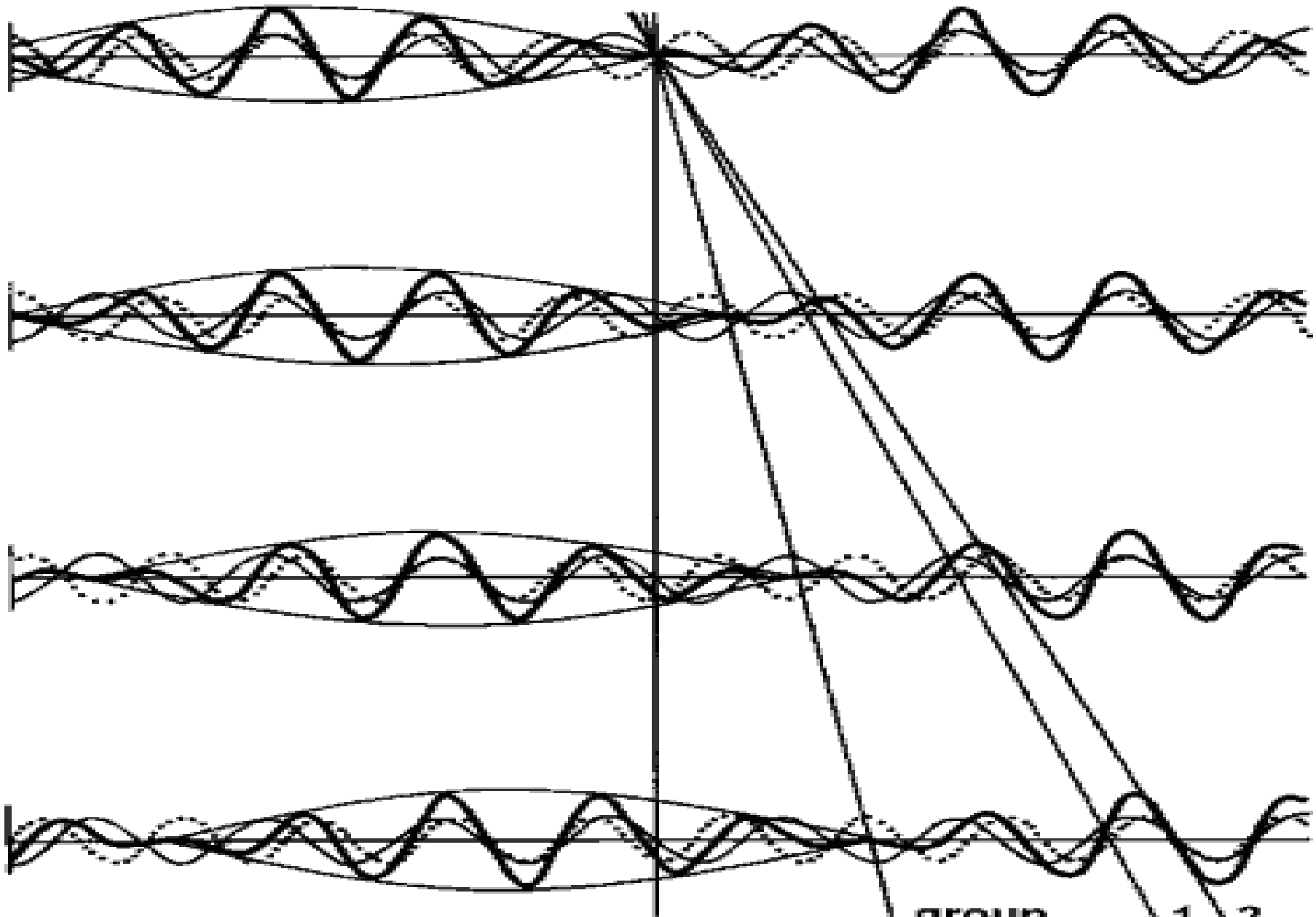
$$C_g = 1/2C$$

→ **Dispersiva em águas profundas**

$$C_g = C$$

→ **Não dispersiva em águas rasas**

**wave envelope**

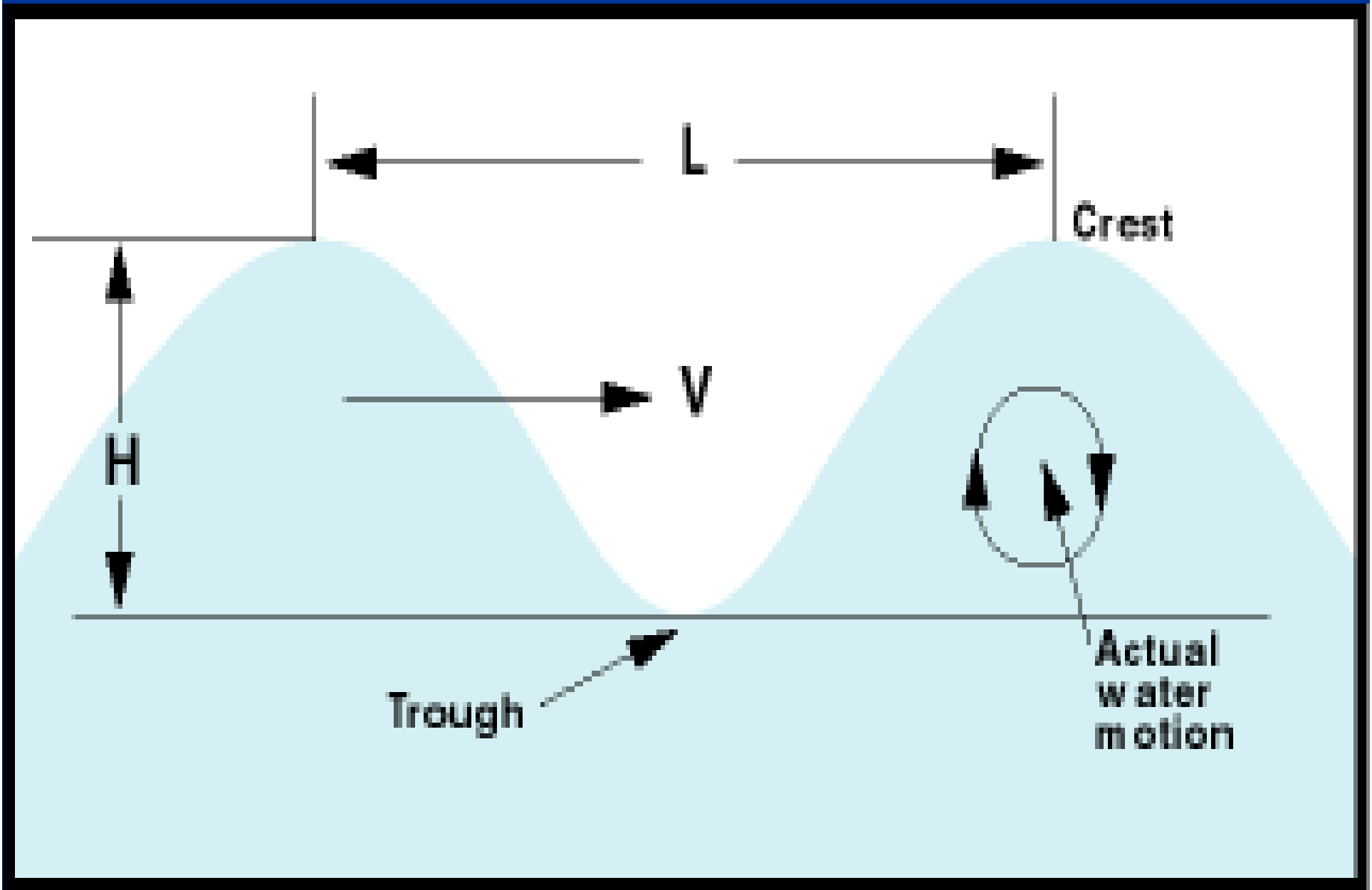


**group speed is half that of its components**

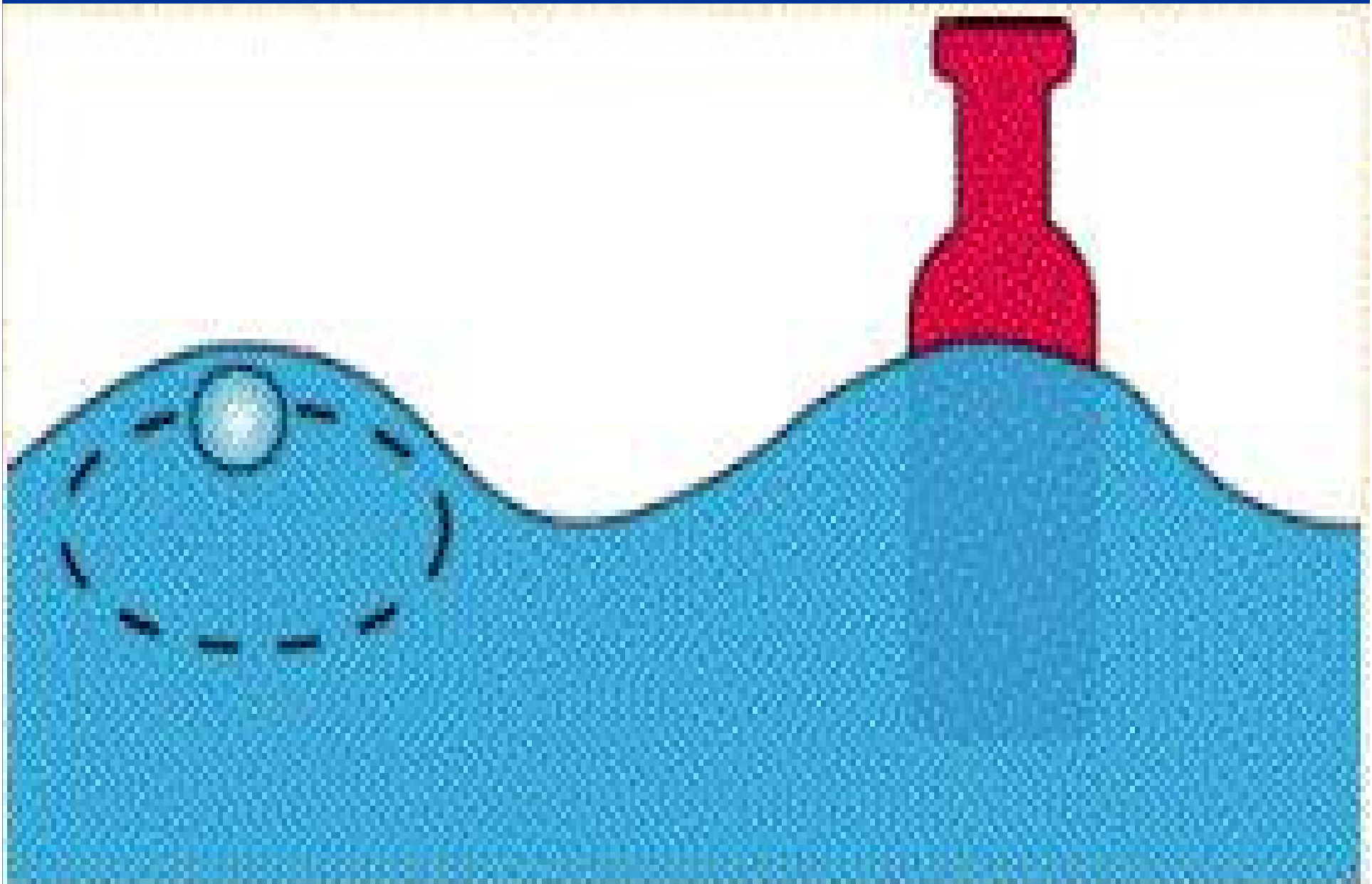
**group**

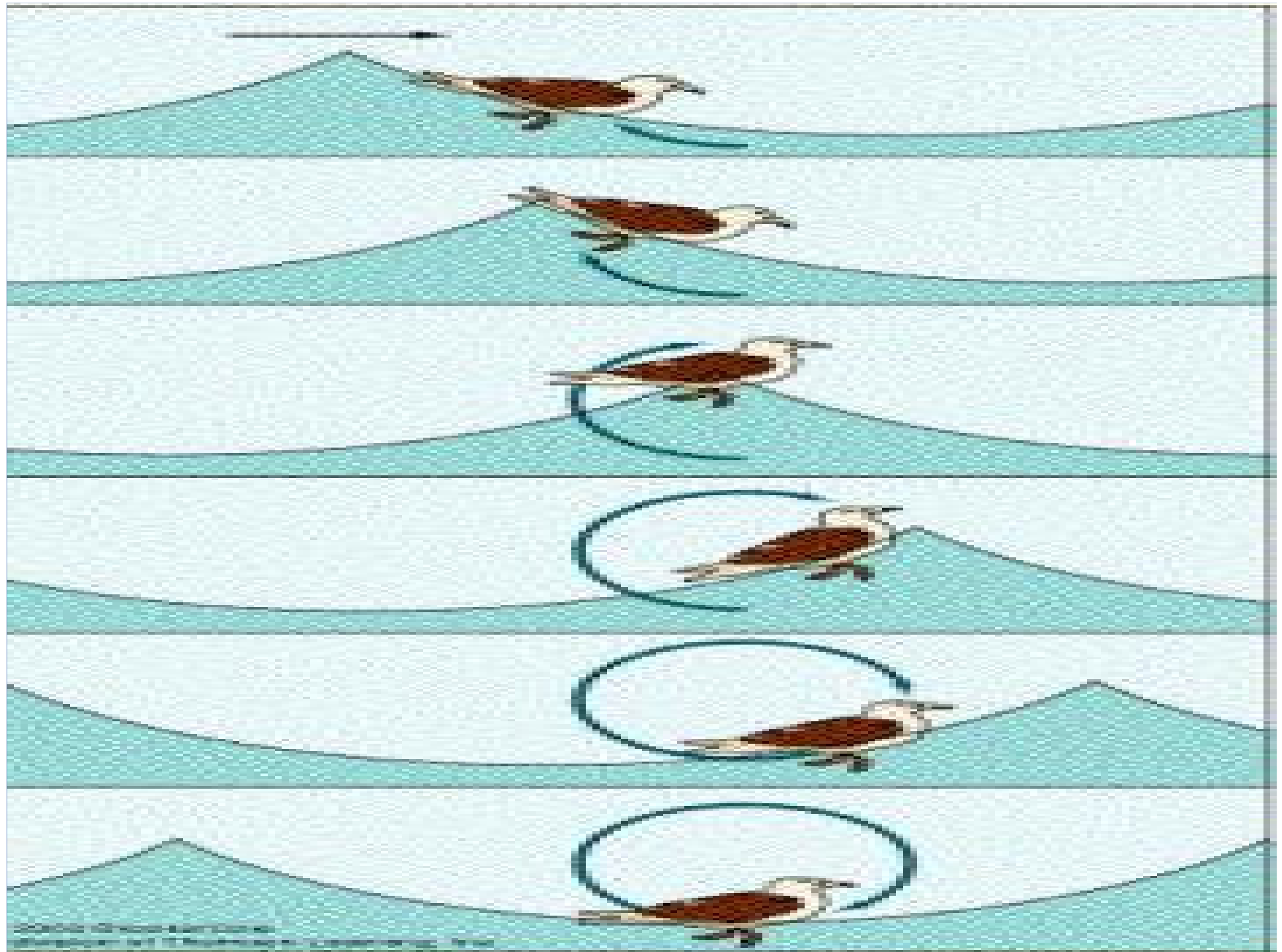
**1 2**

# MOVIMENTO ORBITAL DAS PARTÍCULAS

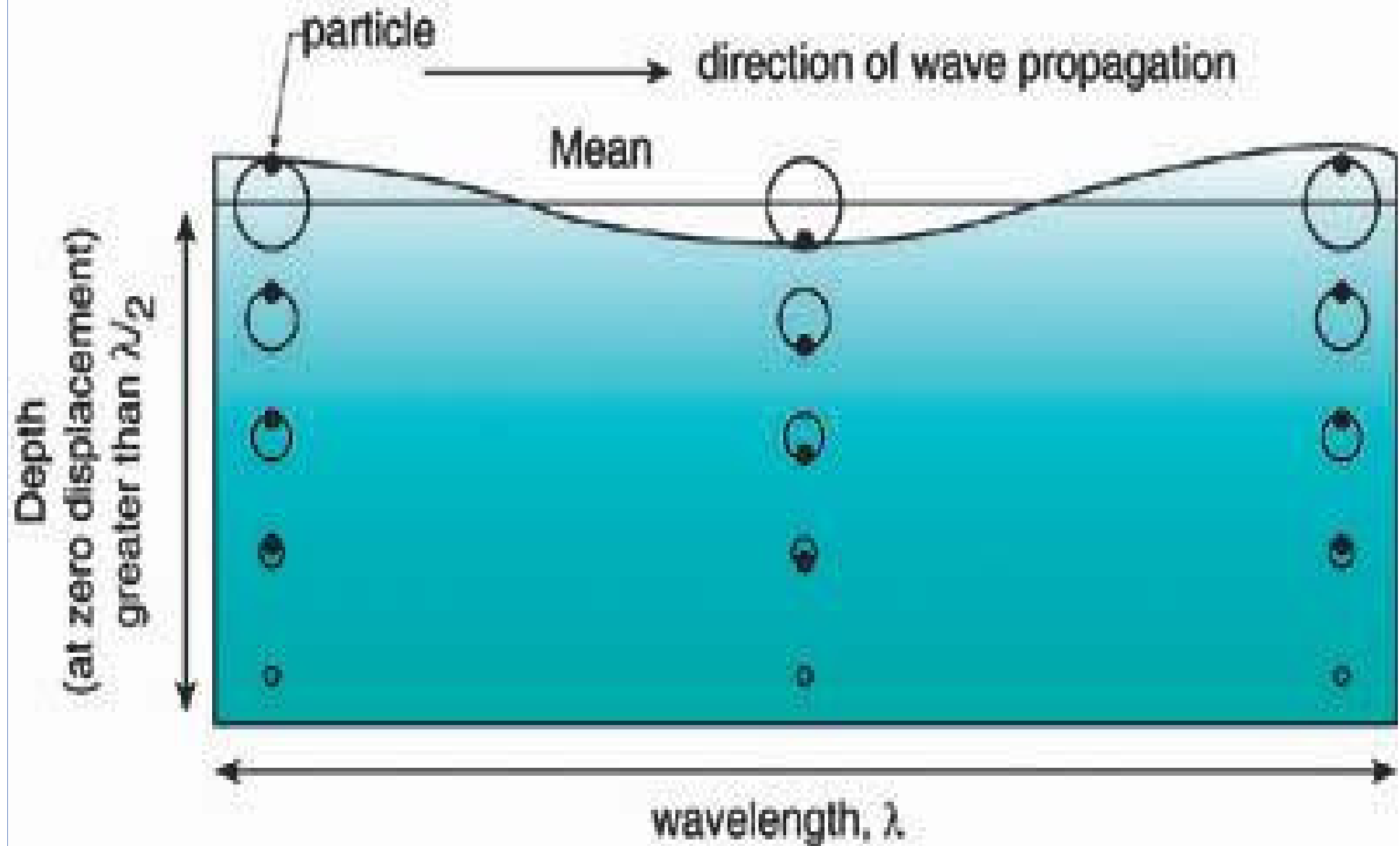


# MOVIMENTO ORBITAL DAS PARTÍCULAS

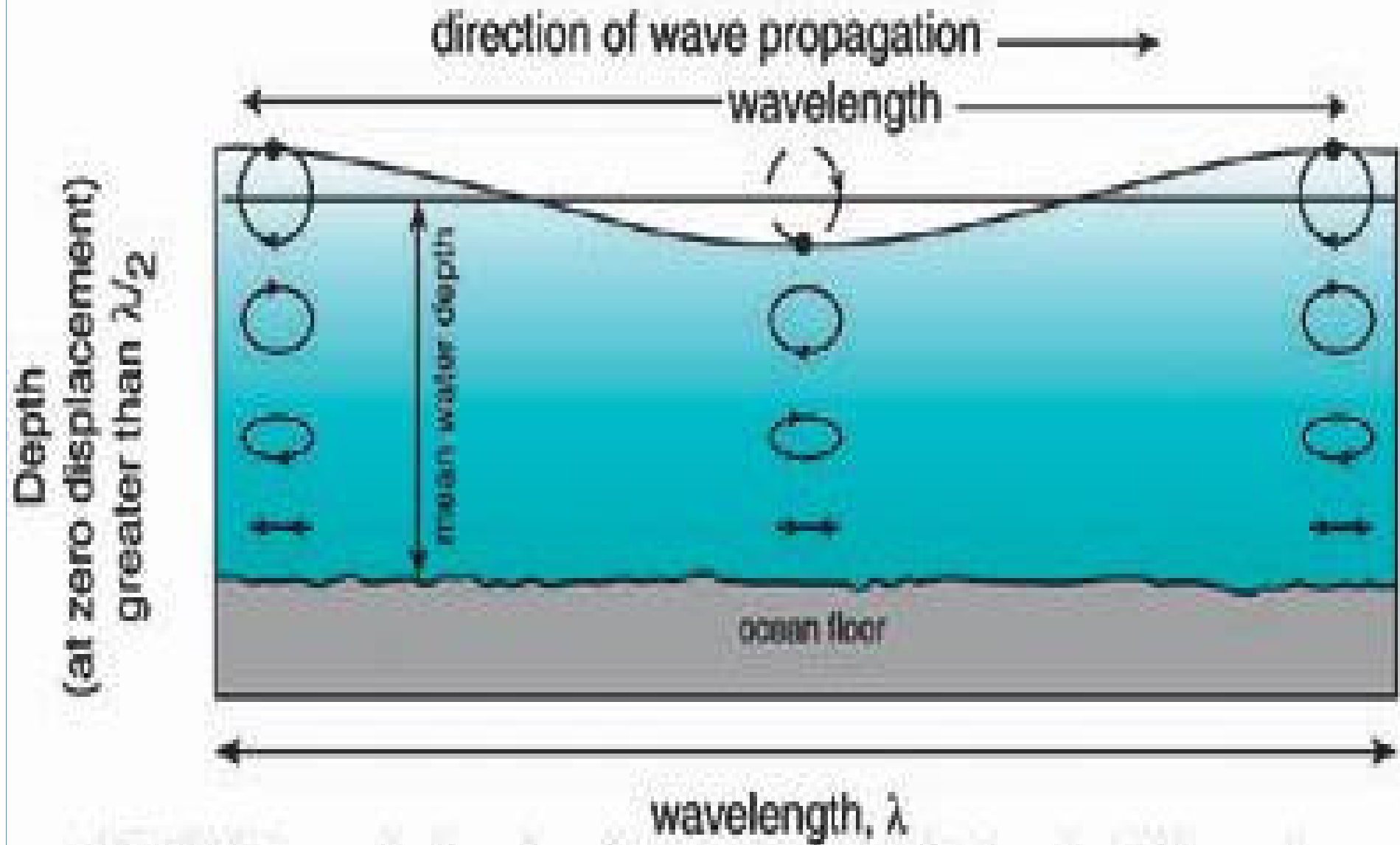




# MOVIMENTO ORBITAL DAS PARTÍCULAS



# MOVIMENTO ORBITAL DAS PARTÍCULAS



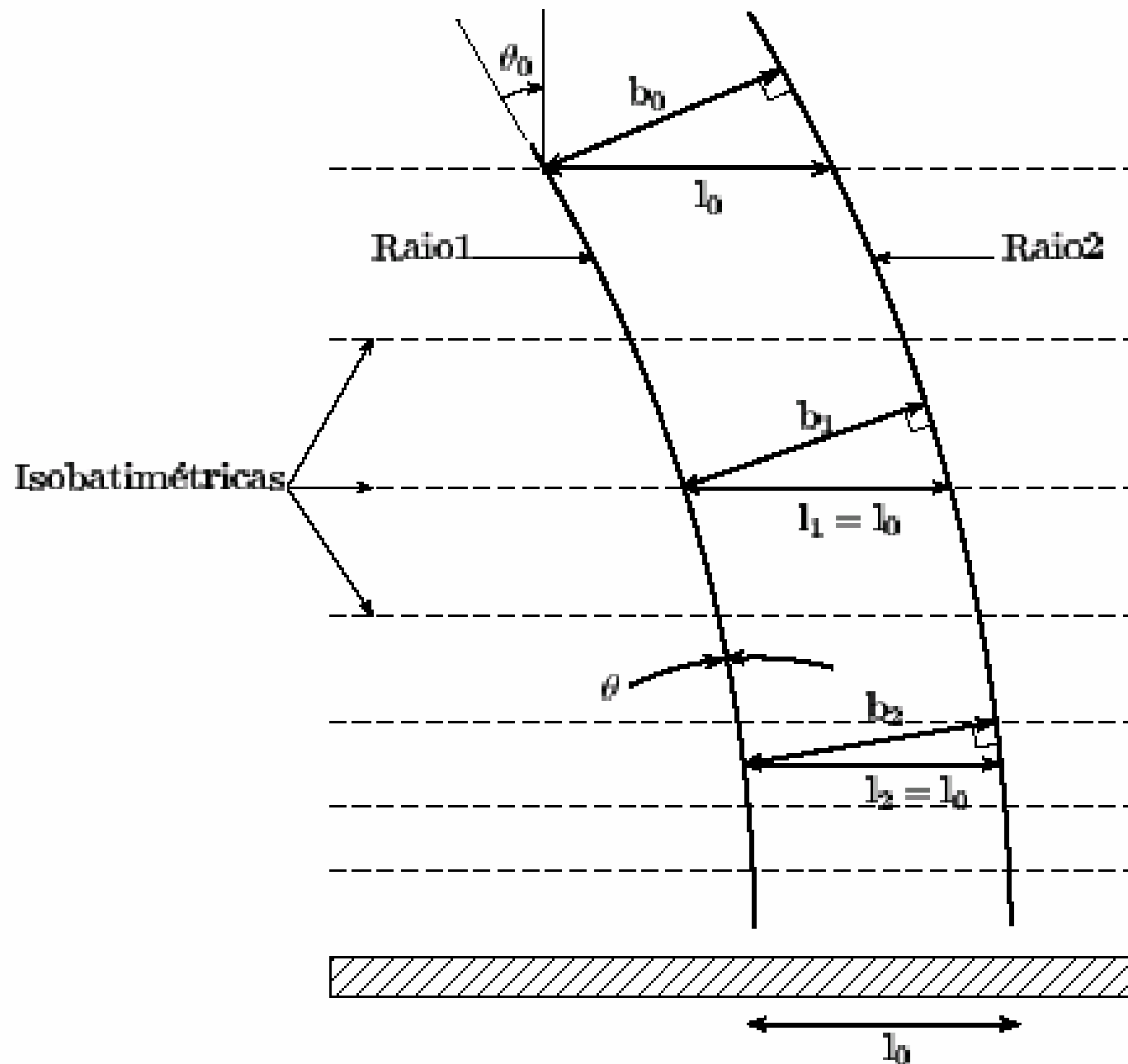


# TRANSFORMAÇÃO DAS ONDAS

## **Hipóteses:**

- Inclinação do fundo varia lentamente;
- Transmissão de energia entre os raios de onda é constante;
- O período de onda é constante.

**CONSIDERANDO UMA FRENTA DE ONDAS QUE SE DESLOCA EM DIREÇÃO A COSTA SOBRE UMA BATIMETRIA DE LINHAS RETAS E PLANAS.**



## Conservação de Energia:

$$\bar{E}_0 C_{g0} = \bar{E}_1 C_{g1} = \bar{E}_2 C_{g2}$$

## Empinamento (shoaling):

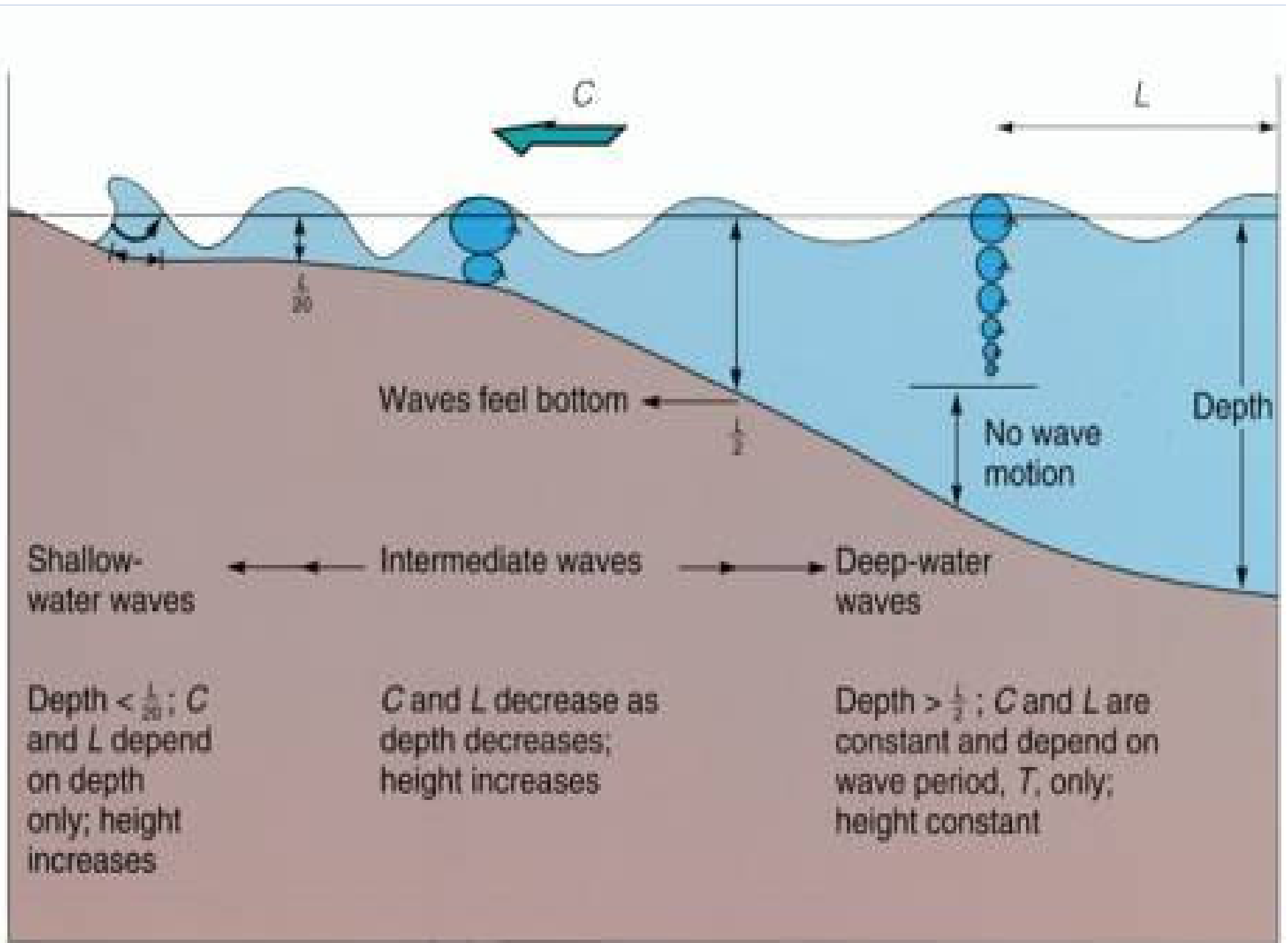
A definição de energia por unidade de área:

$$\bar{E} = \frac{1}{8} \rho_w g H^2$$

Aplicada a relação de conservação de energia pode-se determinar a altura de onda em qualquer ponto:

$$\frac{H_2}{H_1} = K_s = \sqrt{\frac{C_{g1}}{C_{g2}}}$$

**Coeficiente de empinamento.** A esbeltez (H/L) da onda aumenta à medida que se aproxima da costa.



# waves entering shallow water

waves touch bottom  
wavelength shortens

waves in deep water  
constant wave length

surf zone  
waves break

wave  
length

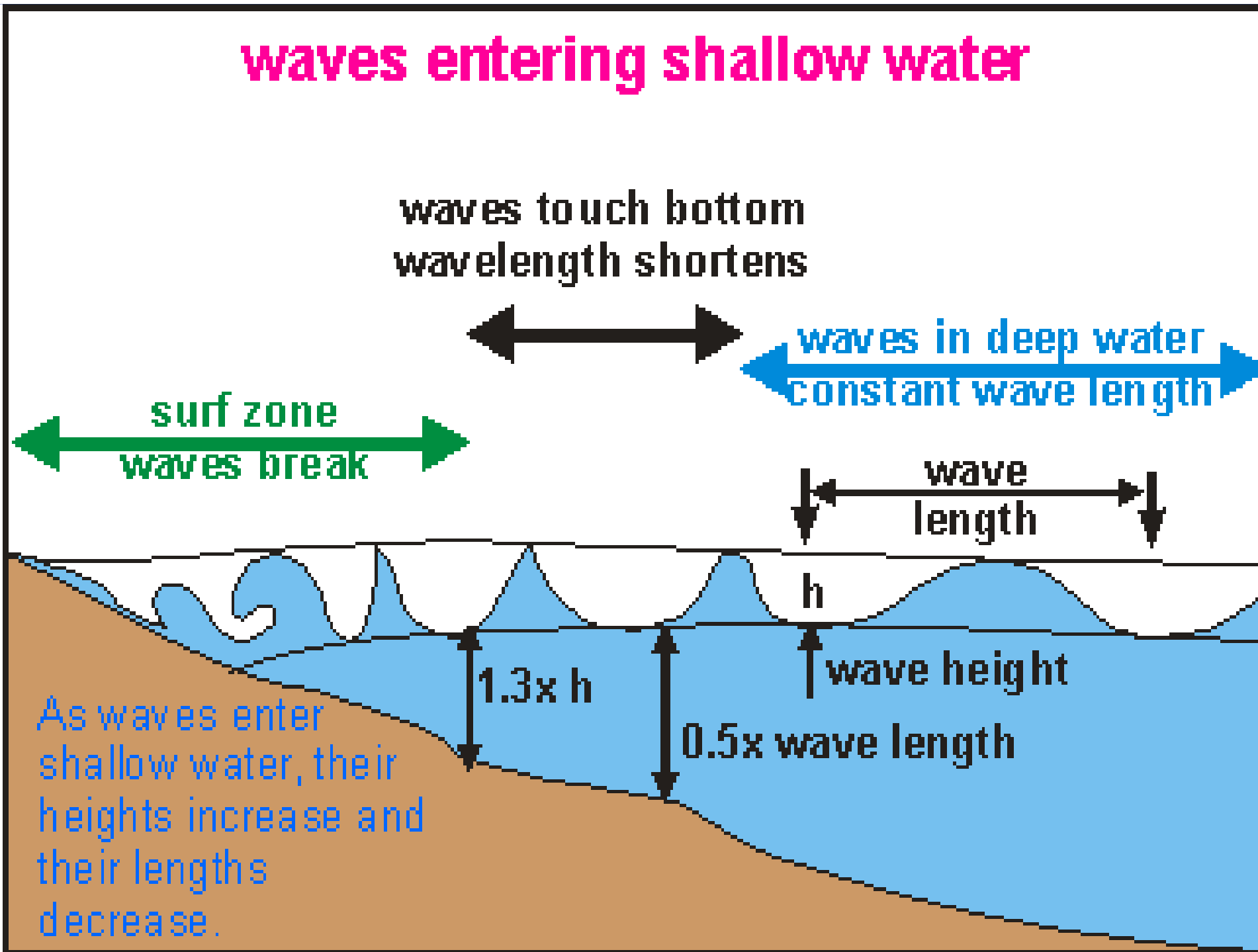
$h$

wave height

$1.3 \times h$

$0.5 \times$  wave length

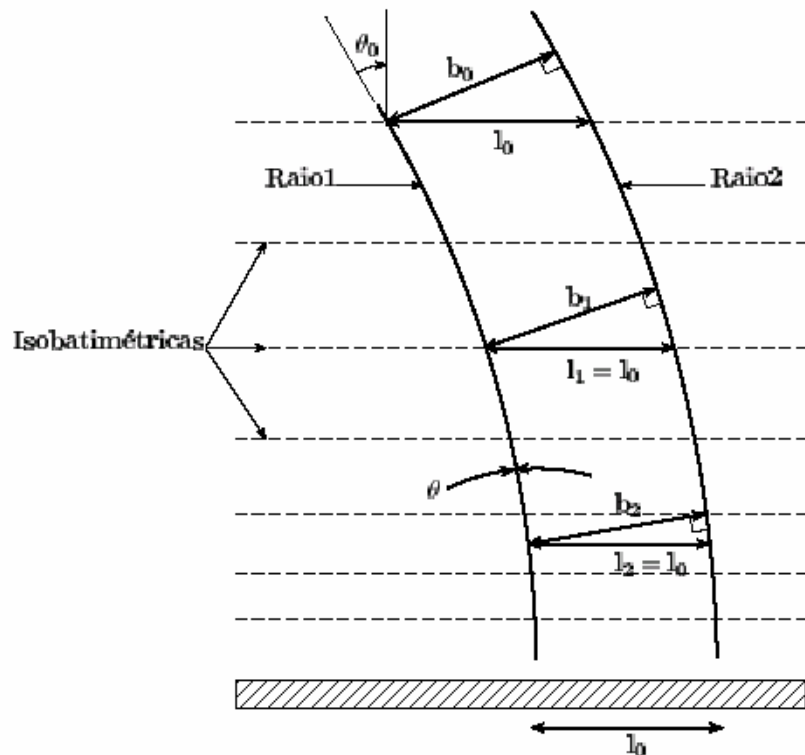
As waves enter shallow water, their heights increase and their lengths decrease.



# Refração

A lei de Snell:

$$\frac{\text{sen } \theta}{C} = \frac{\text{sen } \theta_0}{C_0}$$



Coeficiente de refração.

$$\frac{H_2}{H_1} = \sqrt{\frac{C_{g1}}{C_{g2}}} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}$$

$$\frac{H_2}{H_1} = K_s K_r$$

Water here  
is more  
than  $1/2$   
wavelength  
deep.

Water here  
is less  
than  $1/2$   
wavelength  
deep.

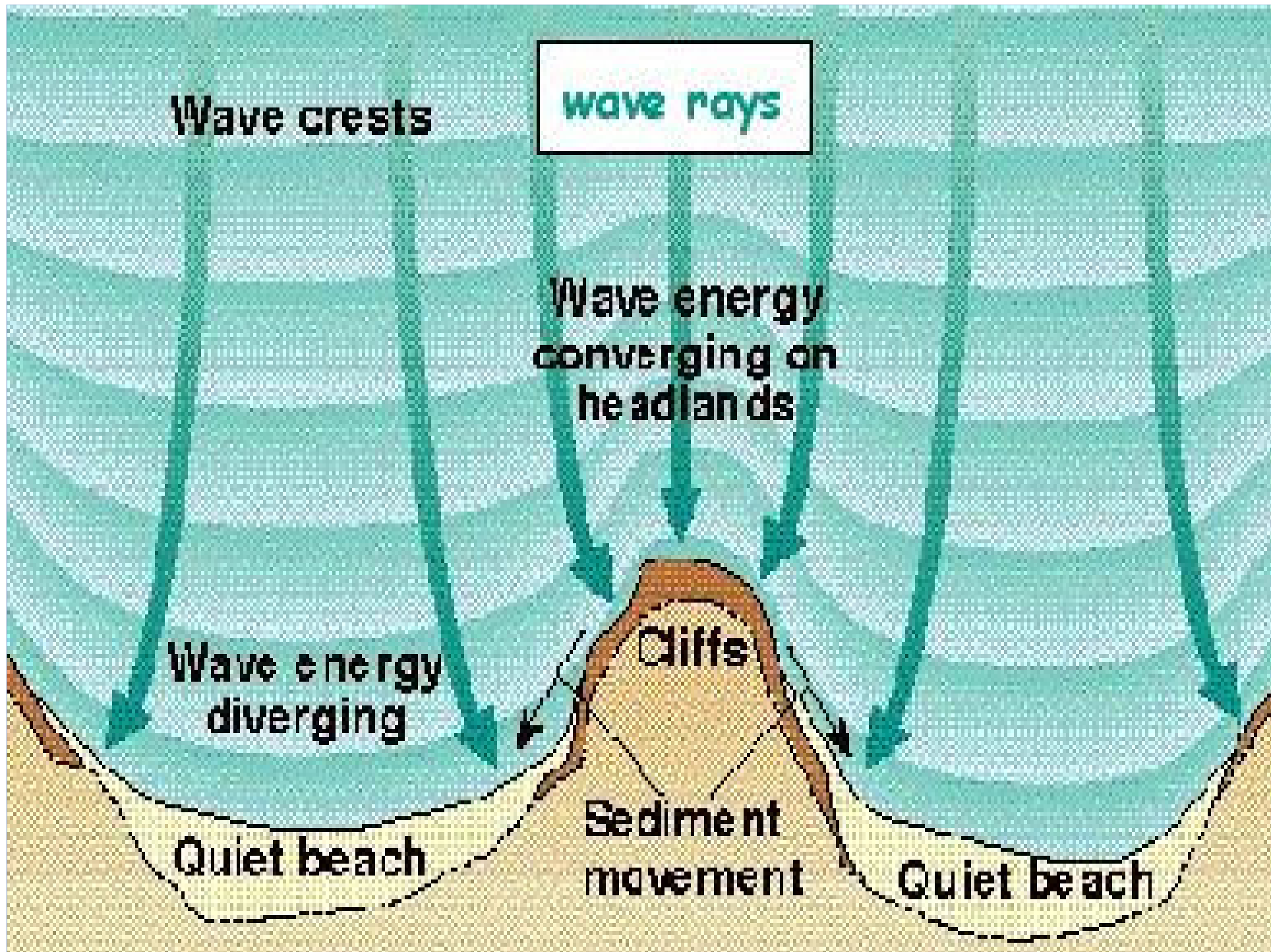
This end of the wave is in deep  
water, so it does not slow down,

This end  
of the wave is  
in shallow  
water, so it  
slows down.

...so the  
waves  
bend to  
become more  
parallel to the  
shore.

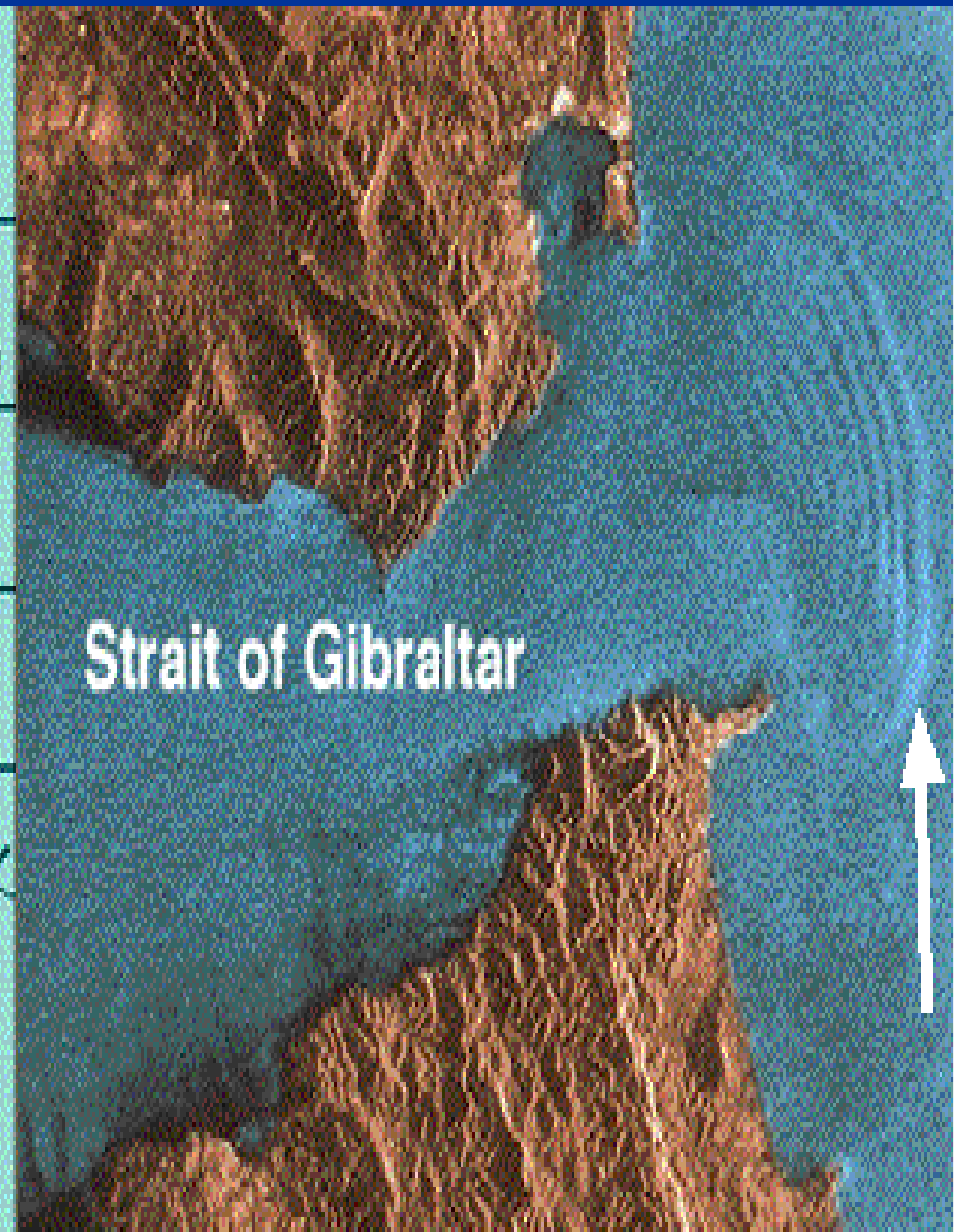
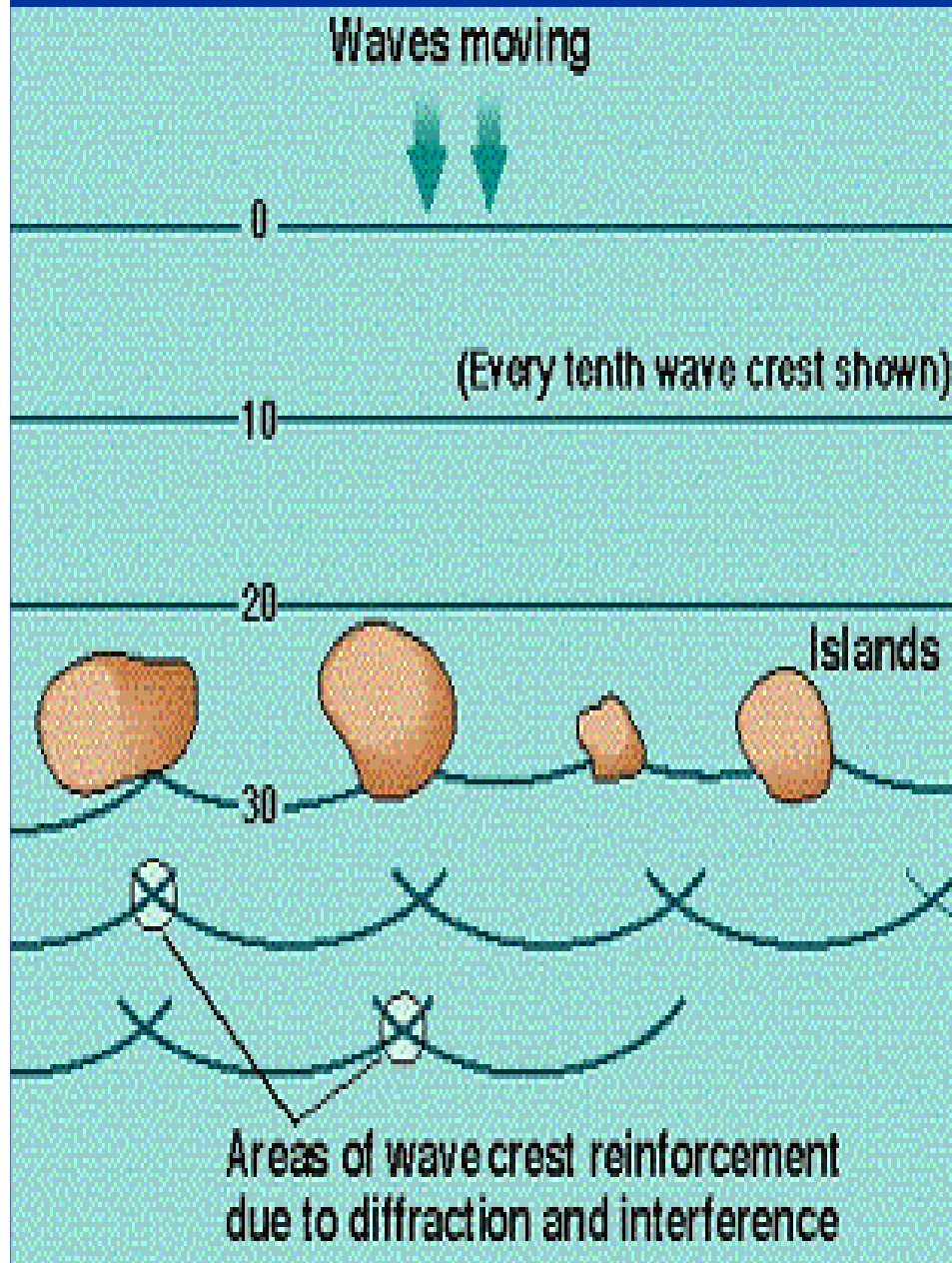
Shore

The diagram illustrates wave refraction. It shows three parallel wave crests moving from the top right towards the bottom left. The bottom boundary is a horizontal line labeled 'Shore'. The water depth is indicated by a vertical line on the left, with the area to its right being shaded yellow. The wave crests are straight lines in the deep water on the right. As they approach the shore, they curve inward towards the point where they first touch the shallow water. The wave crest that is furthest from the shore is in deep water and remains straight. The wave crest that is closest to the shore is in shallow water and has slowed down, causing it to lag behind the other crests. This causes the entire wave front to rotate and become more parallel to the shore.



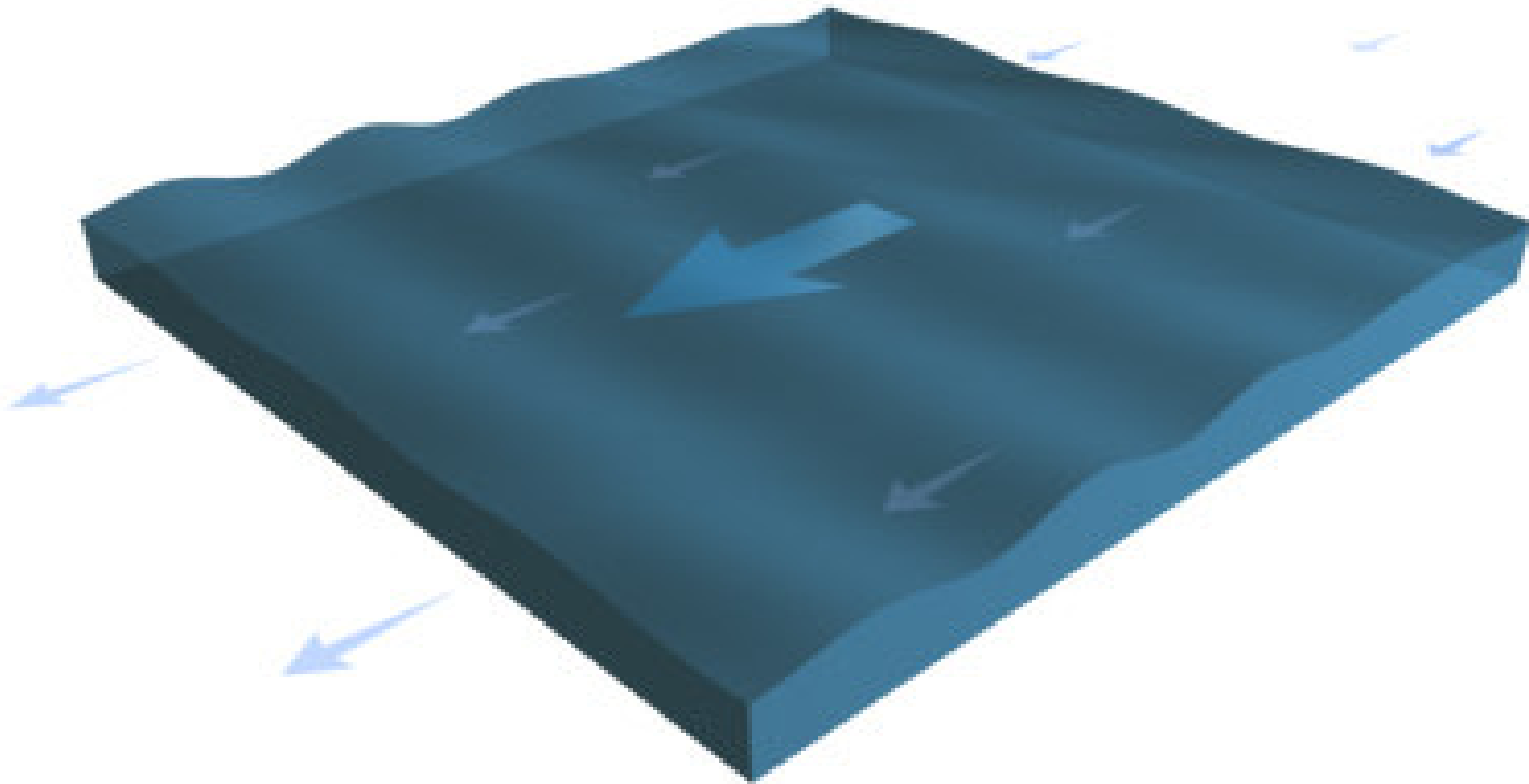


# Difração:



# Efeitos relacionados a correntes:

## Effect of Ocean Currents on Wind Waves

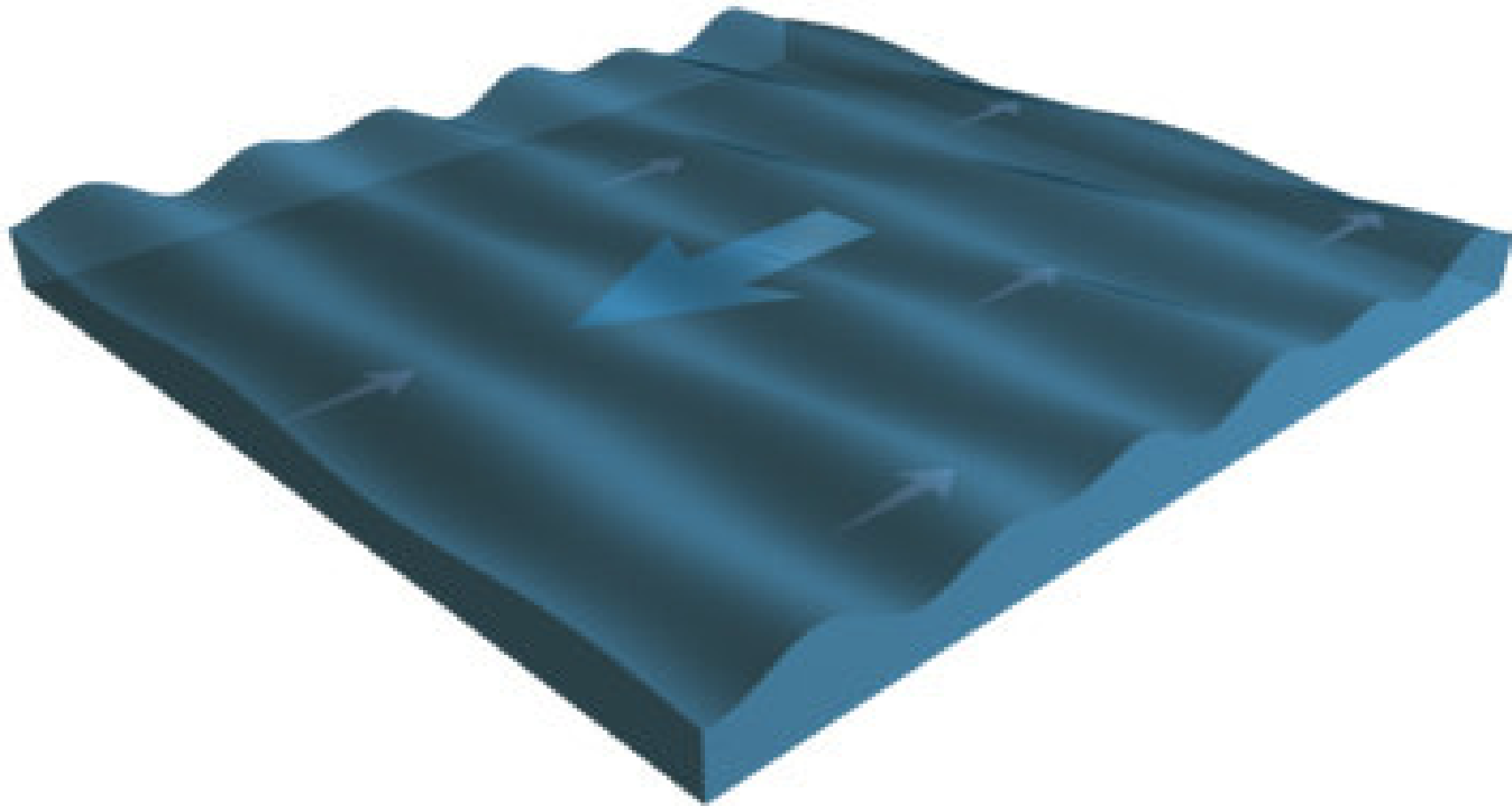


Matching Current

©The COMET Program

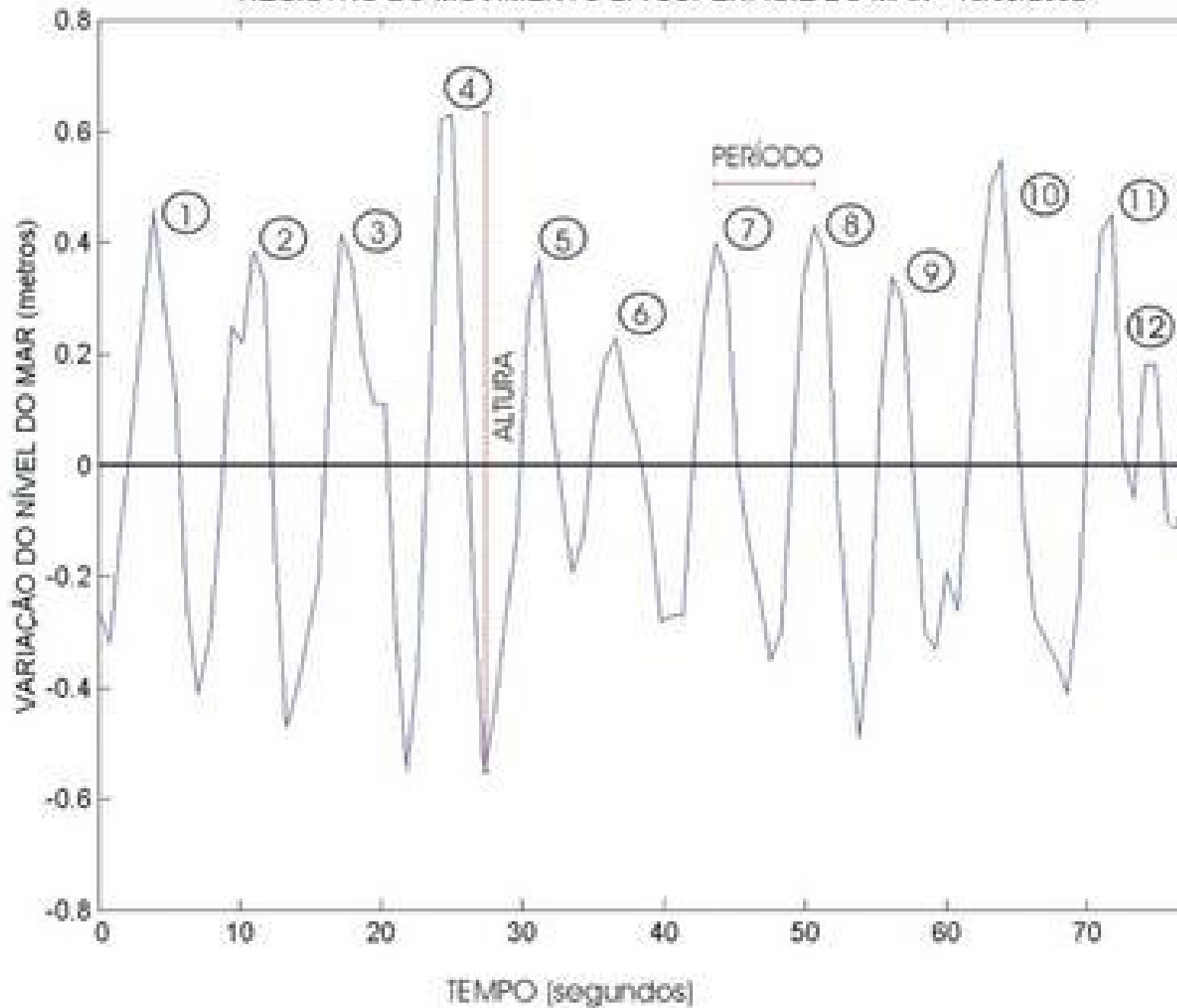
# Efeitos relacionados a correntes:

## Effect of Ocean Currents on Wind Waves



Opposing Current

REGISTRO DO MOVIMENTO DA SUPERFÍCIE DO MAR - 18/03/2002



# REPRESENTAÇÃO ESPECTRAL DA SUPERFÍCIE DO MAR:

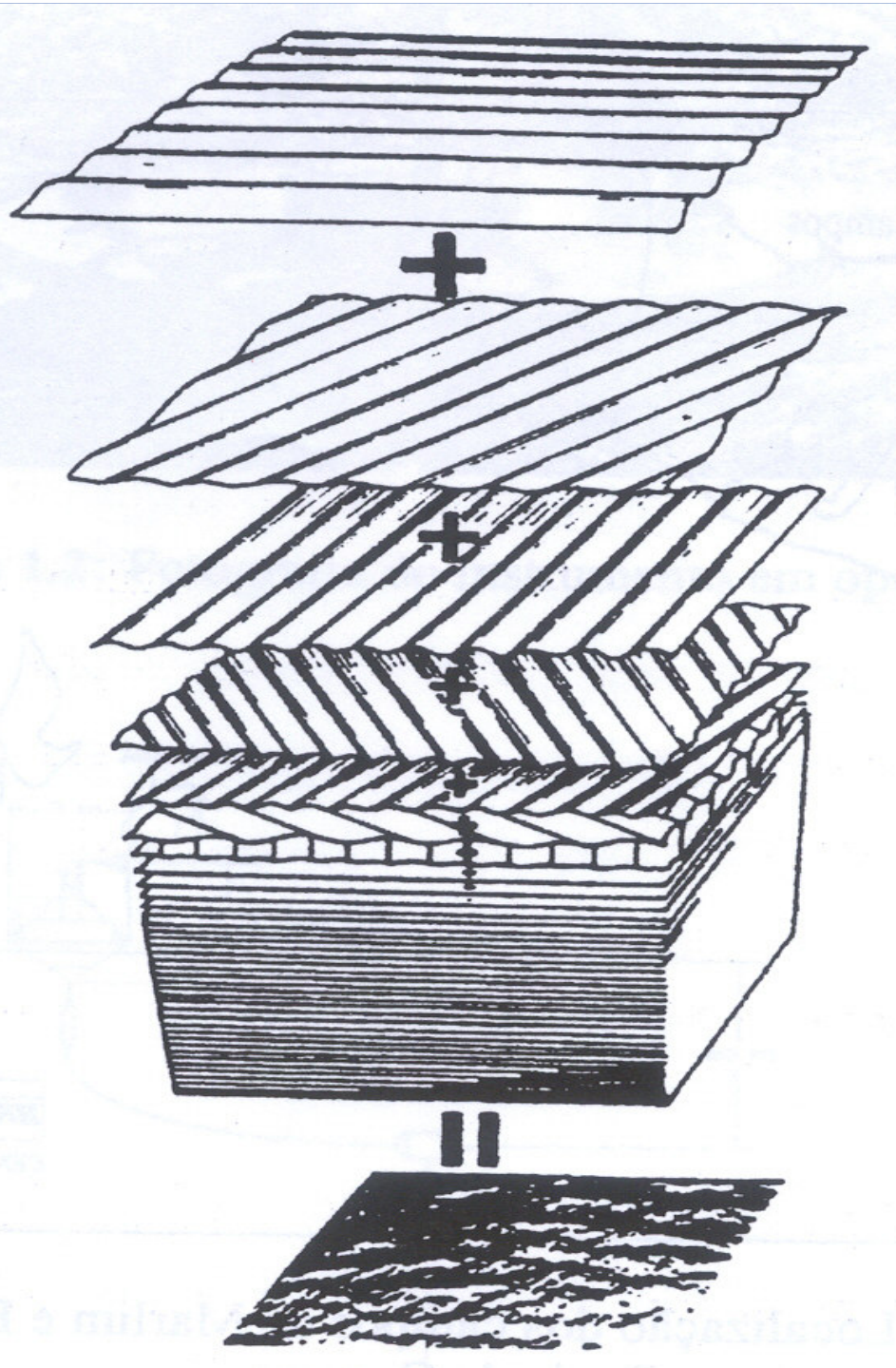
$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N a_i \text{sen}(\omega_i t + \phi_i),$$

Da equação de energia por unidade de área:

$$E = \frac{\rho_w g}{8} \sum_{i=1}^N H_i^2$$

$$\frac{\bar{E}}{\rho_w g} = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N a_i^2 = \sigma^2$$

Variância do registro



$$N \rightarrow \infty$$

Espectro contínuo de frequência

$$F(f)\Delta f = \frac{a_i^2}{2}$$

Caso a área do espectro seja a variância do registro, têm-se o espectro de variância

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} F(f)df$$

Altura Significativa

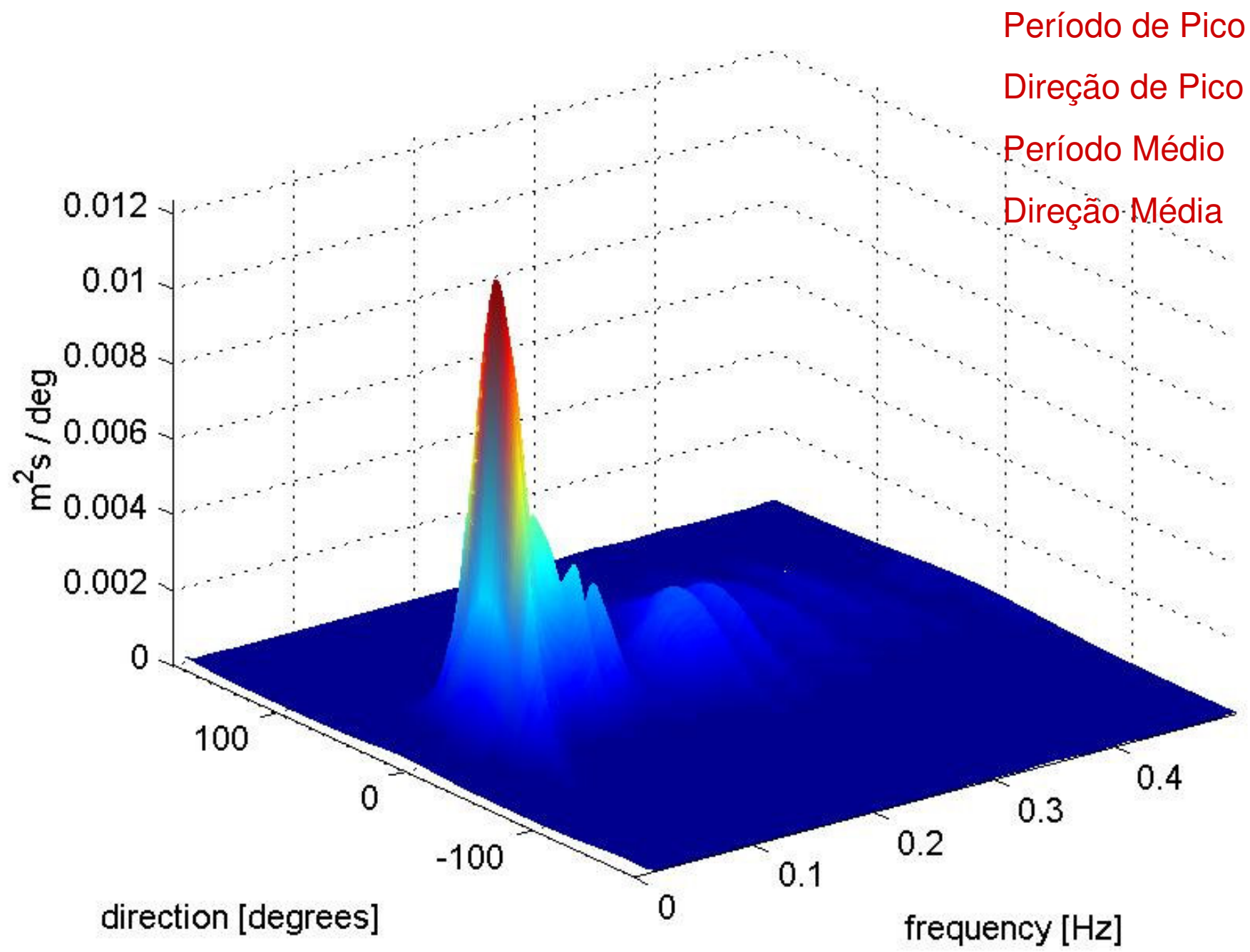
$$H_s = 4\sigma$$

A inclusão de componentes de ondas com direções variadas faz com que o modelo de Fourier adotado fique da forma:

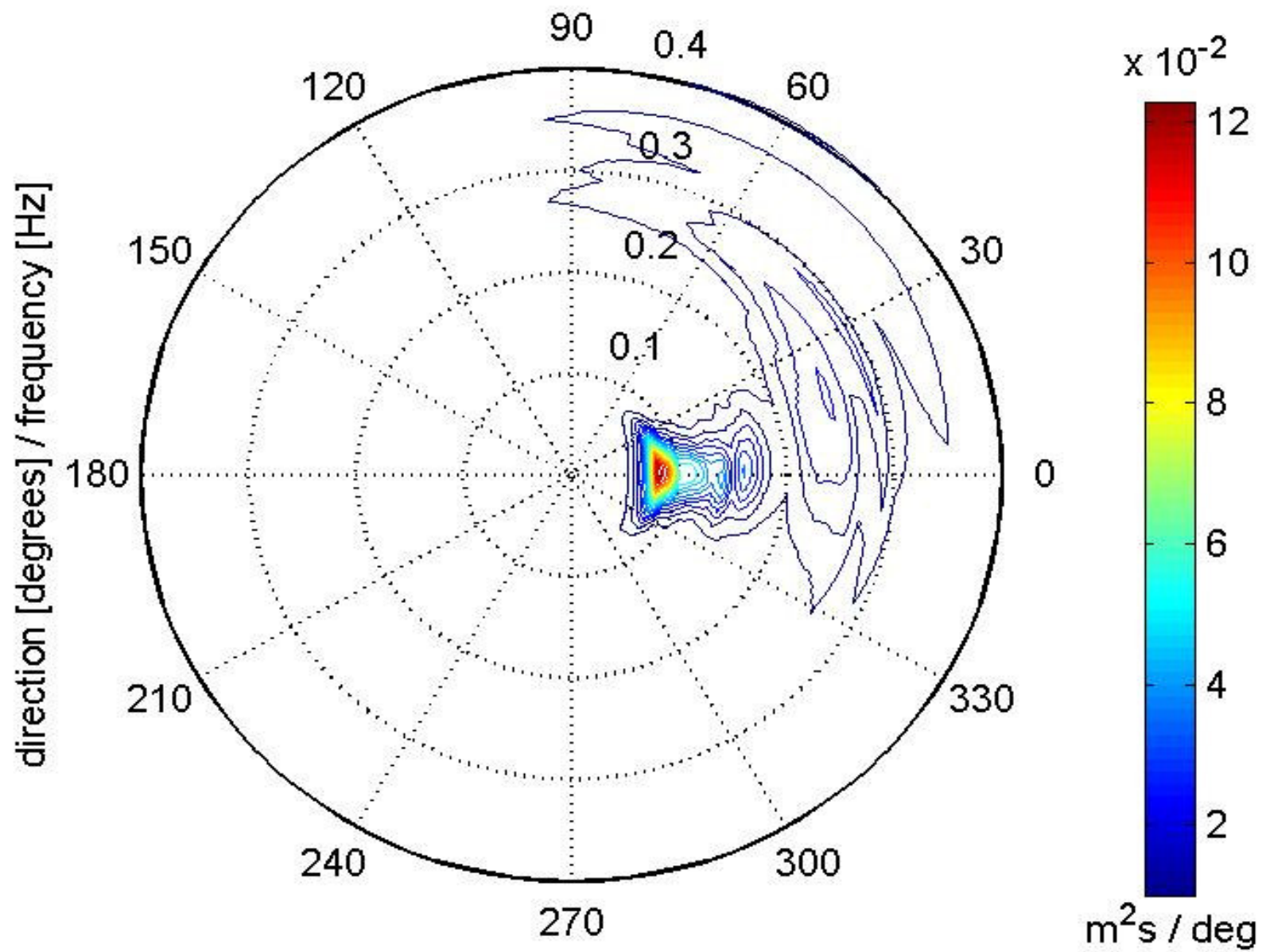
$$\eta(x, y, t) = \sum_{i=1}^N a_i \sin [k_i(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i) - \omega_i t + \phi_i]$$

## Espectro direccional

$$\sigma^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(f, \theta) df d\theta.$$

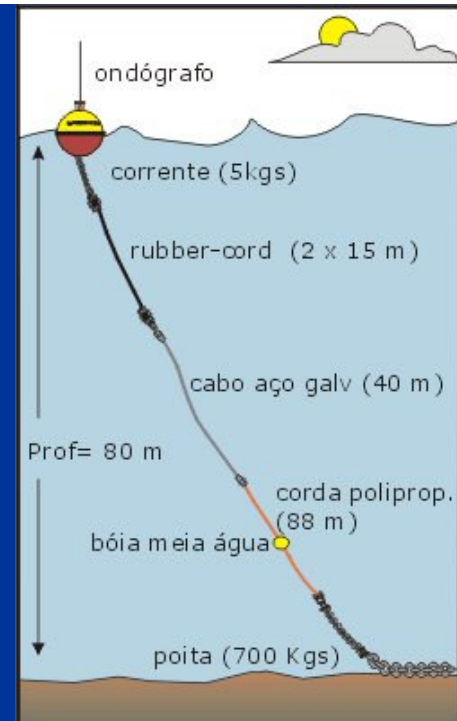




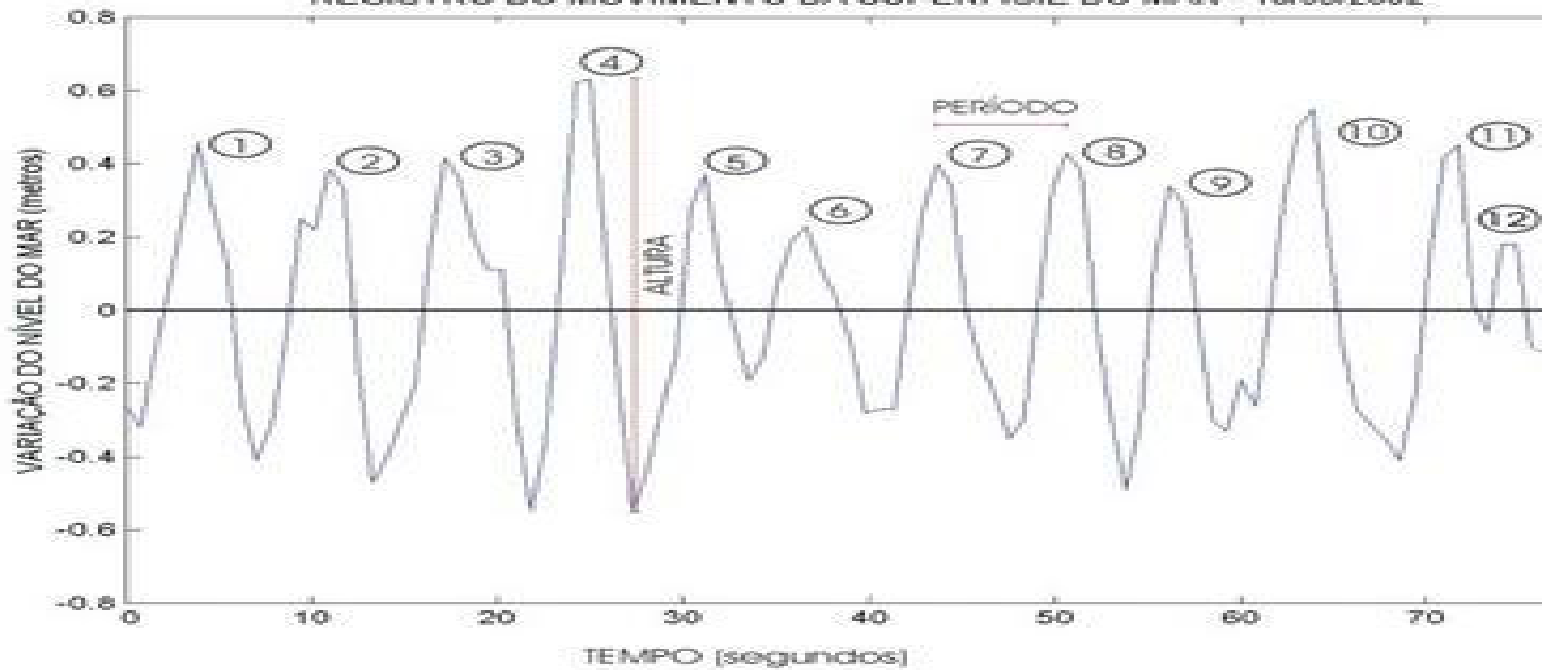




## FUNDEIO



REGISTRO DO MOVIMENTO DA SUPERFÍCIE DO MAR - 18/03/2002



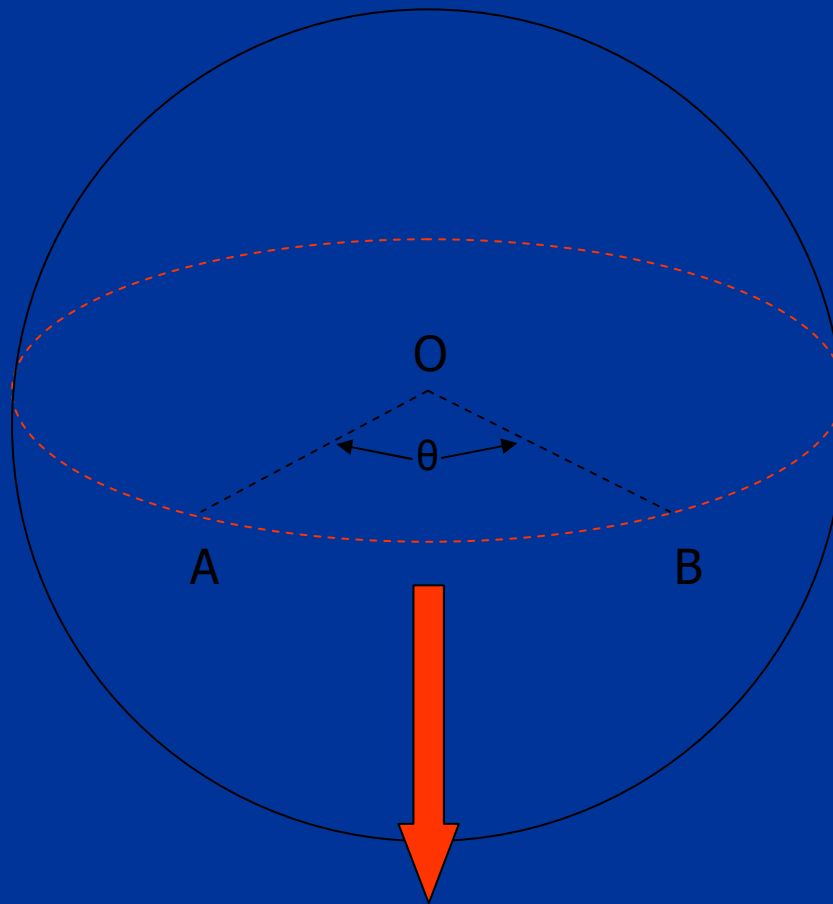
# VAGA (*WIND SEA*) X MARULHO (*SWELL*)

## PROPAGAÇÃO DE *SWELL*

- Propagação por longa distâncias;
- Pouca perda de energia (dissipação viscosa e quebra);
- Pouca modificação por interação com outros sistemas de ondas;
- Grande concordância com a teoria linear;
- Associação com fontes quase pontuais de sua origem;
- Propagação em Grande círculo.

# GRANDE CÍRCULO

- Círculo sobre a esfera cortado por um plano que passa através do centro da esfera.



O arco AB corresponde a menor distância entre A e B.

## Aplicando a definição de velocidade na velocidade de grupo para águas profundas:

$$C_g = \frac{g}{4\pi f}$$



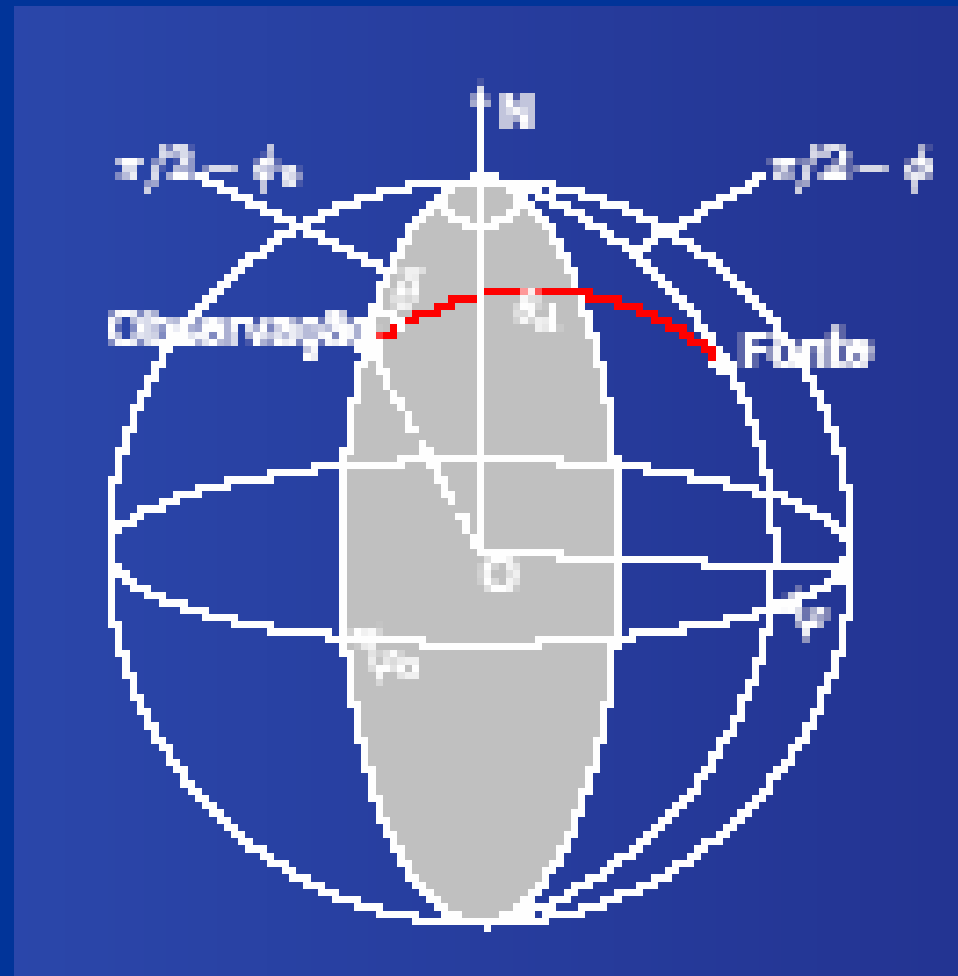
$$C_g(f) = \frac{d}{t - t_0}$$

Em um evento sobre o oceano, ocorrido há um dado tempo, numa determinada região, a frequência de onda dominante observada em um ponto distante aumenta linearmente por uma taxa inversamente proporcional a distância percorrida.

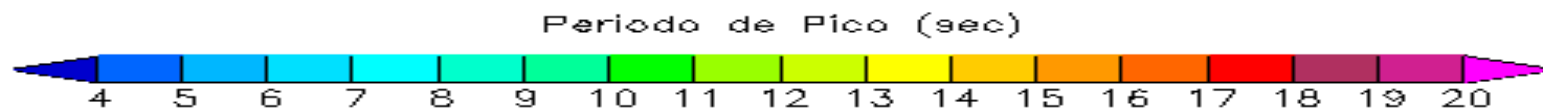
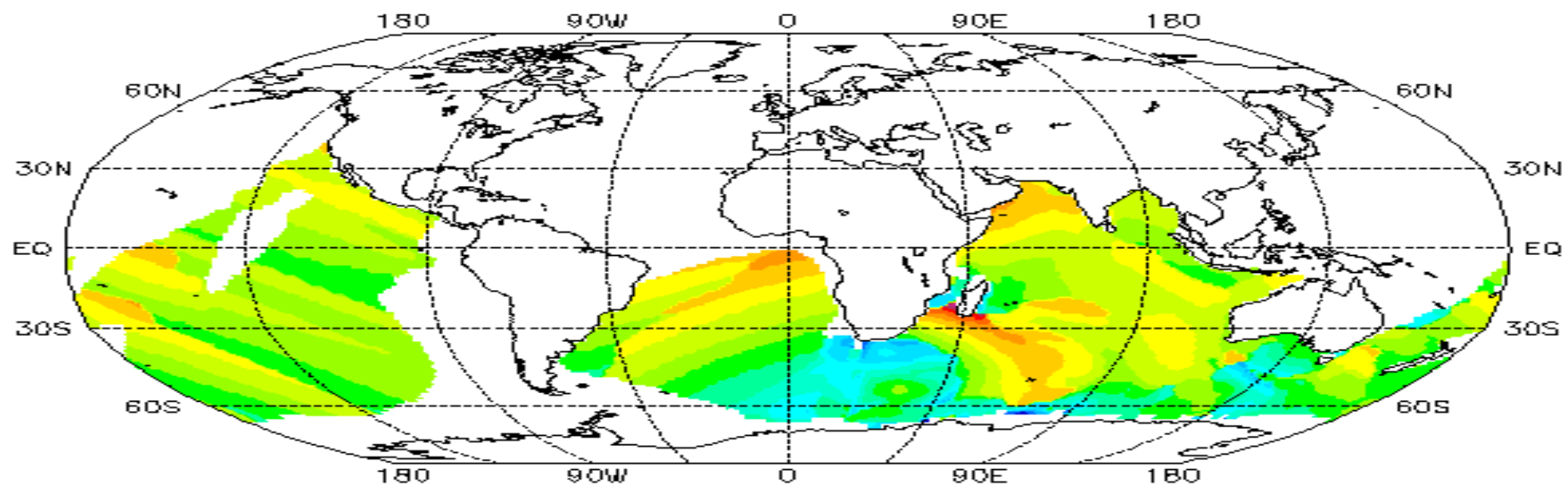
$$\frac{df}{dt} = m_{jt} = \frac{g}{4\pi d} \approx \left( \frac{f - f_0}{t - t_0} \right)$$

A distância até a fonte de origem é:

$$d = \frac{g}{4\pi m_{pe}}$$



NOAA WAVEWATCH III SWELL — DCA/IAG/USP  
Modelo Global 1.25x1 2001/05/17 05z



## **PRÓXIMA AULA**

- **FÍSICA DA GERAÇÃO DE ONDAS;**
- **MODELAGEM DE ONDAS;**
- **PREVISÃO DE ONDAS**
- **ESTUDO DE CASOS**
- **CLIMATOLOGIA DE SWELL**