

# **Funções de Influência:** **Teoria e Aplicações**

**Curso de Pós-Graduação em Ciências Atmosféricas**  
**DCA/IAGCA/USP**  
**Disciplina AGM5829-1**

**Alice M. Grimm**  
grimm@fisica.ufpr.br

# Temas

- ❑ Teleconexões atmosféricas
- ❑ Ondas de Rossby na atmosfera e sua propagação
- ❑ Testes com modelos barotrópicos
- ❑ Conceito de Funções de Influência
- ❑ Funções de Influência do modelo barotrópico
- ❑ Fontes de vorticidade e fontes de divergência
- ❑ Comparação com resultados observacionais
- ❑ Aplicações das Funções de Influência
- ❑ Exercícios práticos

Referências básicas: Grimm e Silva Dias, 1995a (JMSJ), 1995b (JAS), Notas de Aula.

# Teleconexões Atmosféricas

## A. Variabilidade de Baixa Frequência (VBF)

### ♣ Escalas da variabilidade atmosférica

| Escala         | Espacial           | Temporal             |
|----------------|--------------------|----------------------|
| Microescala    | m a poucos km      | minutos              |
| Pequena escala | 0 a 100 km         | 0.5 h a poucas horas |
| Mesoescala     | 100 a 1000 km      | 6h a 24 h            |
| Sinótica       | 1000 km a 10000 km | dias até 1 semana    |
| Planetária     | 10000 km           | Semanas e meses      |

### ♣ Por que é importante o estudo da variabilidade de baixa frequência?

- ❑ A variabilidade de baixa frequência é o principal modulador de eventos sinóticos dentro do período estendido de previsão.
- ❑ O conhecimento e simulação correta desta variabilidade permite extensão da previsão numérica do tempo para médio (5-10 dias) e longo (> 10 dias) períodos.

# Teleconexões Atmosféricas

## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

- ♣ Descrição → Estudos observacionais
- ♣ Mecanismos → Estudos de modelagem

### ♣ Descrição da VBF

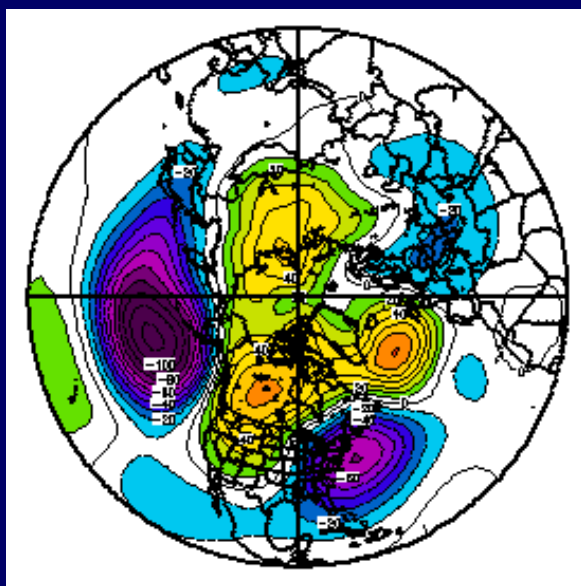
- Estudos observacionais com dados que contém apenas VBF, através de cálculos de correlação ou de Funções Empíricas Ortogonais, revelam estruturas chamadas **PADRÕES DE TELECONEXÕES** (porque mostram correlações significativas entre parâmetros meteorológicos em locais distantes).
- Suas características: estrutura horizontal ondulatória geograficamente fixa (ou quase) e estrutura vertical equivalente barotrópica, com maior amplitude na média e alta troposfera.

# Teleconexões Atmosféricas

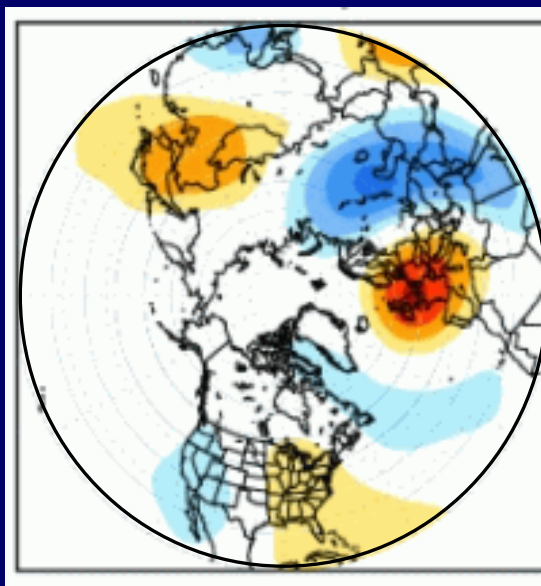
## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Descrição da VBF

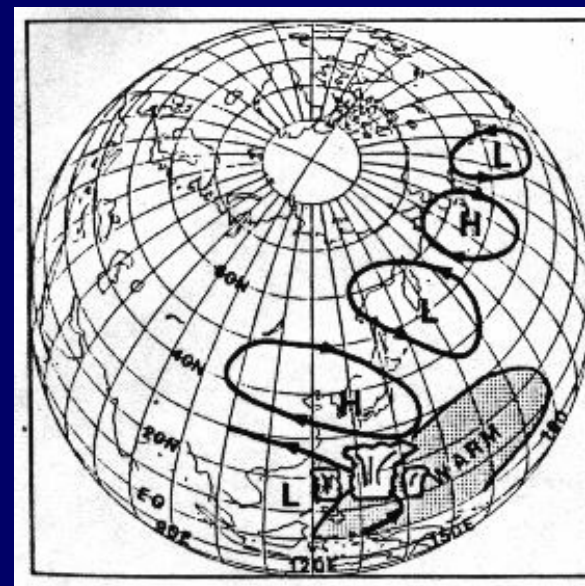
#### ▣ Padrões de teleconexões do Hemisfério Norte: exemplos



**PNA: Pacific North America**  
(mais forte no inverno)



**EU: Eurasia**  
(mais forte no inverno)



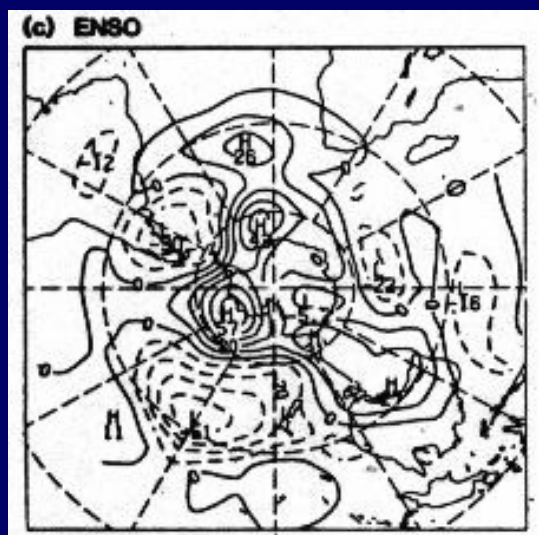
**Padrão de verão**

# Teleconexões Atmosféricas

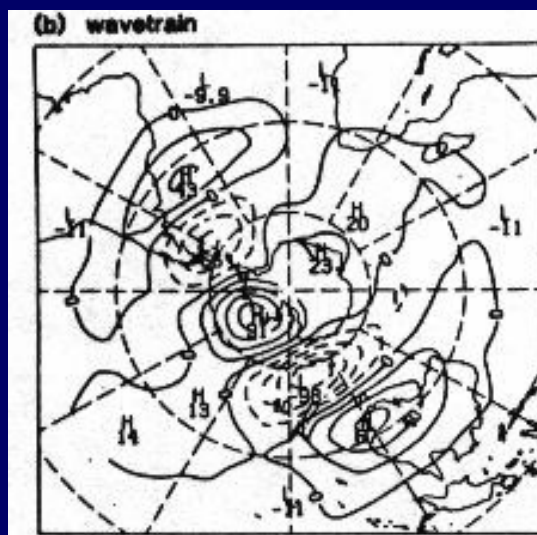
## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Descrição da VBF - Exemplos

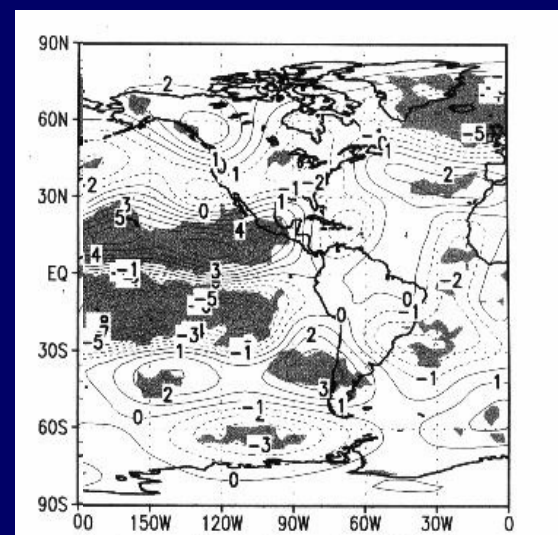
#### ▣ Padrões de teleconexões do Hemisfério Sul: exemplos



ENOS-inverno



Trem de ondas  
meridional



ENOS-primavera



# Teleconexões Atmosféricas

## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Mecanismos da VBF

#### 2 hipóteses mais frequentes:

- ❑ Dispersão de ondas de Rossby a partir de fontes tropicais anômalas de calor
- ❑ Flutuações internas da atmosfera, a partir da instabilidade barotrópica do estado básico (modos normais com maiores taxas de crescimento)

#### Bases para estas hipóteses:

- ☺ simulações com modelos
- ☺ evidências observacionais
- ☺ determinação de modos normais

# Teleconexões Atmosféricas

## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Modelos para estudo das interações trópicos-extratrópicos (VBF)

#### ☐ Modelos de circulação geral:

Forçados com anomalias de TSM (ou acoplados), reproduzem os processos que formam a forçante das ondas de baixa frequência. Impõem grande demanda computacional e não evidenciam necessariamente a dinâmica essencial das teleconexões. Ex.: “Enigma” de Geisler et al.

#### ☐ Modelos linearizados de estado estacionário

##### ◆ Baroclínicos

Modelos de equações primitivas com especificação de fontes tropicais de calor reproduzem características observadas ou obtidas dos MCG (baroclinia nos trópicos, barotropia nos extratrópicos, maior amplitude na alta troposfera e organização em “padrões de teleconexões”).

##### ◆ Barotrópicos

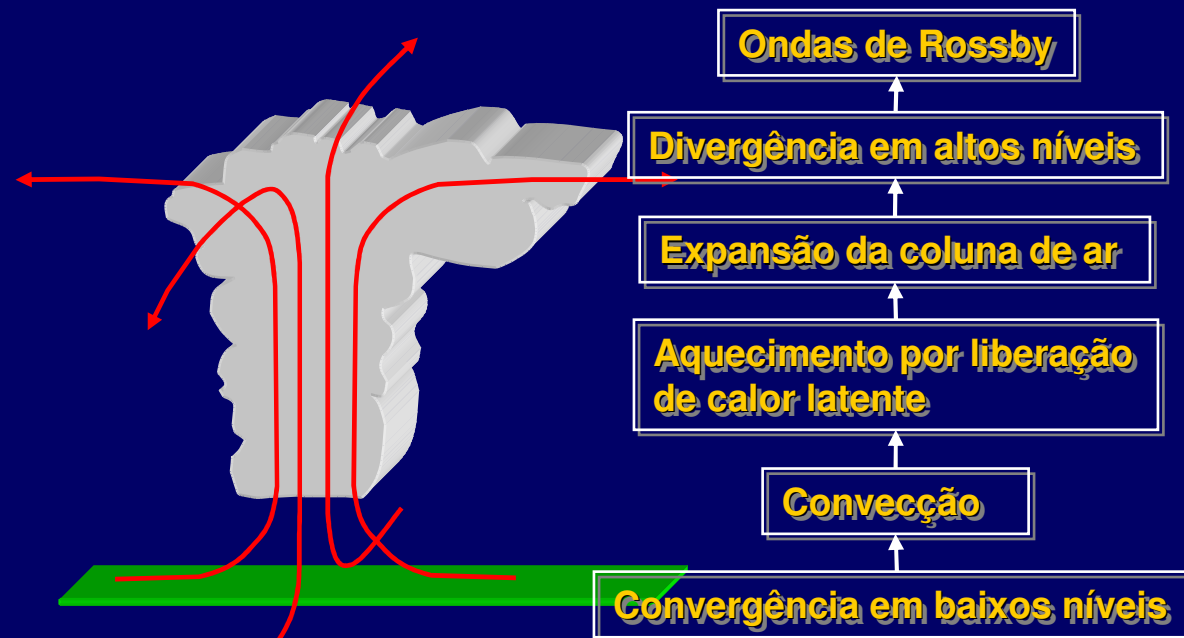
Interpretação das respostas de modelos mais complexos com o modelo barotrópico não divergente (Hoskins e Karoly, 1981) sugere que o problema das teleconexões consiste basicamente na propagação de ondas de Rossby sobre a esfera, com a forçante na alta troposfera tropical, onde é máxima a divergência associada ao aquecimento anômalo. Como na alta troposfera existe um nível equivalente barotrópico em latitudes médias, utilizaram-se modelos da equação da vorticidade barotrópica não divergente, com forçante e amortecimento.



# Teleconexões Atmosféricas

## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Fontes tropicais de calor × geração de ondas de Rossby



A especificação da divergência na alta troposfera para obtenção do componente rotacional nem sempre ajuda a evidenciar fontes ou sumidouros de ondas de Rossby. Nos extratrópicos, por exemplo, a divergência e a vorticidade são ambas componentes da mesma onda (via teoria quase-geotrófica) e fixar uma enquanto se calcula a outra não indica qual é a causa e qual o efeito. Este procedimento é significativo nos trópicos porque lá a divergência em altos níveis é ligada à distribuição de calor latente e mais independente do fluxo rotacional. Nos trópicos, o aquecimento devido à liberação de calor latente é compensado por resfriamento adiabático no movimento ascendente, que produz divergência em altos níveis.

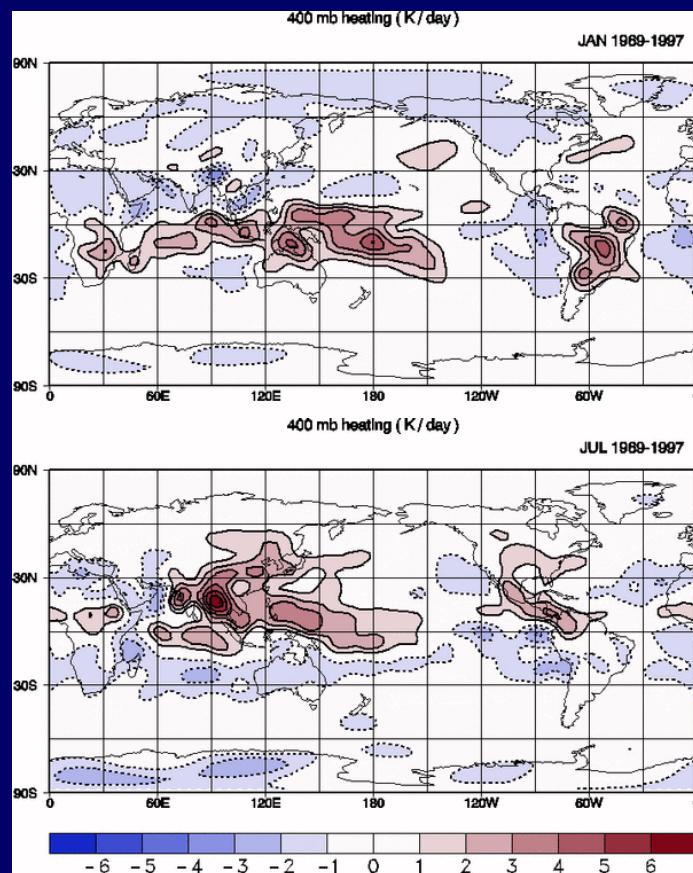
# Teleconexões Atmosféricas

## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Fontes tropicais de calor

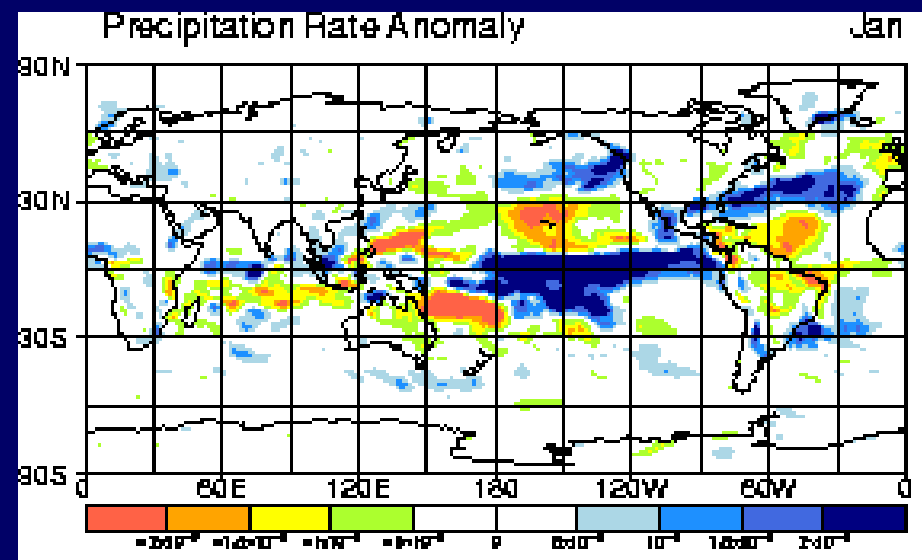
#### ▣ Climatológicas

Janeiro e Julho



#### ▣ Anômalas

El Niño - Janeiro



# Teleconexões Atmosféricas

## B. Estudo da Variabilidade de Baixa Frequência

### ♣ Grande tema de pesquisa:

Conhecidas as anomalias de circulação de baixa frequência que produzem anomalias climáticas de interesse em certa região, quais as forçantes anômalas que contribuem para seu aparecimento? O que se deveria monitorar para prever tais anomalias climáticas?

### ♣ Cautela quanto ao método:

♦ Conclusões obtidas apenas de estudos observacionais podem ser enganosas: a ocorrência conjunta de uma anomalia de calor e uma anomalia de circulação pode não implicar numa relação direta de causa-efeito.

♦ Estudos de modelagem do efeito de anomalias de calor coincidentes com as anomalias de circulação são trabalhosos e podem não ser conclusivos.

### ♣ A abordagem das Funções de Influência:

Cálculo das Funções de Influência (ou Funções de Green) de um modelo barotrópico baseado na equação da vorticidade (Grimm, 1992; Grimm e Silva Dias, 1995).

# Ondas de Rossby

## A. Modelo de equações primitivas (c/ forçantes dadas)

♣ Em coordenadas  $z$ :

$$\frac{du}{dt} - fv + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = F$$

$$\frac{dv}{dt} + fu + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = G$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \nabla \cdot \vec{V} = 0$$

$$c_p \frac{dT}{dt} - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt} = \dot{q}$$

♣ Em coordenadas  $z^* = \ln(p_0/p)$ :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w^* \frac{\partial u}{\partial z^*} - fv + \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{z^*} = F$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w^* \frac{\partial v}{\partial z^*} + fu + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{z^*} = G$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z^*} = RT$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - w^* = 0$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \left( \frac{\partial T}{\partial z^*} + \kappa T \right) w^* = \frac{\dot{q}}{c_p}$$

**Movimento  
horizontal**

**hidrostática**

**continuidade**

**termodinâmica**

onde

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\phi(z) = \int_0^z g dz$$

$$\kappa = \frac{R}{c_p}$$

# Ondas de Rossby

## B. Linearização

♣ **Em torno de estado básico em repouso, horizontalmente homogêneo, verticalmente estratificado. Consideramos:**

$$\vec{V}(x, y, z^*, t) = \vec{V}'(x, y, z^*, t)$$

$$w^*(x, y, z^*, t) = w^{*'}(x, y, z^*, t)$$

$$\phi(x, y, z^*, t) = \bar{\phi}(z^*) + \phi'(x, y, z^*, t)$$

$$T(x, y, z^*, t) = \bar{T}(z^*) + T'(x, y, z^*, t)$$

♣ **Assumindo perturbações pequenas, omitindo seu produto e lembrando que o estado básico satisfaz as equações, obtemos:**

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \left( \frac{\partial \phi'}{\partial x} \right)_{z^*} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + \left( \frac{\partial \phi'}{\partial y} \right)_{z^*} = \frac{d\tilde{v}}{dt}$$

$$\frac{\partial \phi'}{\partial z^*} - RT' = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} - w^* = 0$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial z^*} + \kappa \bar{T} \right) w^* = \frac{\dot{q}}{c_p}$$

**Movimento horizontal**

**hidrostática**

**continuidade**

**termodinâmica**

# Ondas de Rossby

## C. Sistema de equações linearizadas + condições de fronteira

♣ As equações hidrostática, da continuidade e termodinâmica podem ser combinadas, de modo que o sistema fica:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - fv + \left( \frac{\partial \phi'}{\partial x} \right)_{z^*} = \frac{\partial \tilde{u}}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + fu + \left( \frac{\partial \phi'}{\partial y} \right)_{z^*} = \frac{d\tilde{v}}{dt}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ e^{z^*} \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \frac{e^{-z^*}}{R\Gamma} \frac{\partial}{\partial z^*} (\phi' - \tilde{\phi}) \right] \right\} = \nabla_h \cdot \vec{V}$$

onde

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial z^*} \right) = R \frac{\dot{q}}{c_p}$$

$$\Gamma(z^*) = \frac{d\bar{T}}{dz^*} + \kappa \bar{T}$$

termo de fonte de calor

estabilidade estática do campo básico

♣ As condições de fronteira vertical são:

$$w^* = 0, \text{ em } : z^* = z^*_T$$

$$w = 0, \text{ em } : z = 0$$

Ou, expressas em termos de  $\Phi$ :

$$\frac{\partial}{\partial z^*} (\phi' - \tilde{\phi}) = 0, \text{ em } : z^* = z^*_T$$

$$\frac{\partial}{\partial z^*} (\phi' - \tilde{\phi}) - \frac{\Gamma}{T} (\phi' - \tilde{\phi}) = 0, \text{ em } : z^* = 0$$

O sistema é resolvido pela técnica das transformadas. Na vertical, é usada uma transformada de Sturm-Liouville com núcleo  $\psi_n(z^*)e^{z^*/2}$  e peso  $e^{-z^*}$ , para retirar a dependência de  $z^*$  na 3ª equação:

$$f_n(x, y, t) = \int_0^{z^*_T} f(x, y, z^*, t) \Psi_n(z^*) e^{z^*/2} e^{-z^*} dz^*$$

$$f(x, y, z^*, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x, y, t) \Psi_n(z^*) e^{z^*/2}$$

direta

inversa

→  $u, v, \Phi'$  e forçantes



# Ondas de Rossby

## D. Transformada vertical → Estrutura vertical

♣ Apenas a 3ª equação apresenta dependência em  $z^*$ . Para eliminá-la através da transformada é necessário que a função núcleo  $\psi_n(z^*)$  satisfaça:

$$\int_0^{z_T^*} \left\{ e^{z^*} \frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \frac{e^{-z^*}}{R\Gamma} \frac{\partial}{\partial z^*} (\phi' - \tilde{\phi}) \right] \right\} \Psi_n(z^*) e^{-z^*/2} dz^* = -\frac{1}{gh_n} (\phi' - \tilde{\phi})$$

Integrando por partes esta equação e aplicando as condições de fronteira vertical, conclui-se que  $\psi_n(z^*)$  deve ser solução do seguinte problema de Sturm-Liouville:

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left[ \frac{e^{-z^*}}{R\Gamma} \frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Psi_n(z^*) e^{z^*/2} \right) \right] + \frac{1}{gh_n} e^{-z^*} \Psi_n(z^*) e^{z^*/2} = 0$$

com condições de fronteira:

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Psi_n e^{z^*/2} \right) = 0, \text{ em } : z^* = z_T^*$$

$$\frac{\partial}{\partial z^*} \left( \Psi_n e^{z^*/2} \right) - \frac{\Gamma}{T} \left( \Psi_n e^{z^*/2} \right) = 0, \text{ em } : z^* = 0$$

♣ Aplicando a transformada vertical cujo núcleo é obtido no problema de SL acima, ao nosso sistema de 3 equações, obtemos o sistema da estrutura horizontal:

# Ondas de Rossby

## D. Estrutura horizontal: equações da água rasa

♣ Aplicando a transformada vertical, cujo núcleo é obtido no problema de SL, ao nosso sistema de 3 equações, obtemos o sistema da estrutura horizontal (sem  $z^*$ ):

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} - f v_n + \frac{\partial \phi'_n}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{u}_n}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + f u_n + \frac{\partial \phi'_n}{\partial y} = \frac{\partial \tilde{v}_n}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ -\frac{1}{gh_n} (\phi'_n - \tilde{\phi}_n) \right] - (\nabla_h \cdot \vec{V})_n = 0$$

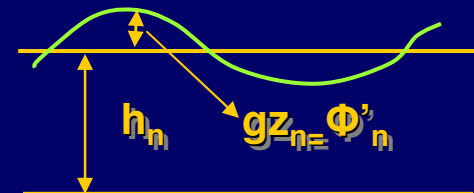
ou

$$\frac{\partial \phi'_n}{\partial t} + gh_n \left( \frac{\partial u_n}{\partial x} + \frac{\partial v_n}{\partial y} \right) = \frac{\partial \tilde{\phi}_n}{\partial t}$$

Estas são as equações da água rasa (fluido homogêneo incompressível), para um dado modo vertical  $\underline{n}$ , com velocidade de onda de gravidade pura  $c_n = \sqrt{gh_n}$

Então:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ \phi' \end{bmatrix} (x, y, z^*, t) = \sum_n \begin{bmatrix} u_n \\ v_n \\ \phi'_n \end{bmatrix} (x, y, t) \underbrace{\Psi_n(z^*) e^{z^*/2}}_{\text{Estrutura vertical}}$$



♣ Os autovalores  $c_n$  (ou  $h_n$ ) são obtidos do problema de SL e dependem de  $\Gamma(z^*)$ ,  $z^*_{T_0}$ ,  $T_0$ . Portanto:

$$atmosfera \approx \sum_n oceanos.com.altura.equivalent e.h_n$$

# Ondas de Rossby

## E. Solução da estrutura horizontal: aprox. plano $\beta$ equatorial

♣ Vamos considerar  $f = \beta y$  e considerar as forçantes nulas:

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} - \beta y v_n + \frac{\partial \phi'_n}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} + \beta y u_n + \frac{\partial \phi'_n}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \phi'_n}{\partial t} + c_n^2 \nabla_h \cdot \vec{V}_n = 0 \quad c_n = \sqrt{gh_n}$$

Estas equações são adimensionalizadas usando-se:

Escala horizontal:

$$[L] = \left( \frac{c_n}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Escala vertical:

$$[V] = h_n \Rightarrow [\phi] = gh_n$$

Escala temporal:

$$[T] = \left( \frac{1}{c_n \beta} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Nas equações acima, portanto, as novas variáveis adimensionalizadas são expressas como:

$$\underline{x} = \frac{x}{[L]}$$

$$\underline{y} = \frac{y}{[L]}$$

$$\underline{t} = \frac{t}{[T]}$$

$$\underline{u}_n = u_n \frac{[T]}{[L]}$$

$$\underline{v}_n = v_n \frac{[T]}{[L]}$$

$$\underline{\phi}'_n = \phi'_n \frac{[T]^2}{[L]^2} = \frac{\phi'_n}{c_n^2}$$

Assim obtém-se o sistema de equações adimensionalizadas a seguir:

# Ondas de Rossby

## F. Solução da estrutura horizontal: soluções em $\underline{x}$ e $\underline{t}$

♣ Equações adimensionalizadas:

$$\frac{\partial \underline{u}_n}{\partial \underline{t}} - \underline{y} \underline{v}_n + \frac{\partial \phi'_n}{\partial \underline{x}} = 0$$

$$\frac{\partial \underline{v}_n}{\partial \underline{t}} + \underline{y} \underline{u}_n + \frac{\partial \phi'_n}{\partial \underline{y}} = 0$$

$$\frac{\partial \phi'_n}{\partial \underline{t}} + \nabla_h \cdot \vec{\underline{V}}_n = 0$$

Estas equações podem ser representadas pela equação vetorial:

$$\frac{\partial \underline{\zeta}_n}{\partial \underline{t}} + \underline{L}_n \underline{\zeta}_n = 0$$

onde:

$$\underline{\zeta}_n = \begin{bmatrix} \underline{u}_n \\ \underline{v}_n \\ \phi_n \end{bmatrix} \quad \underline{L}_n = \begin{bmatrix} 0 & -\underline{y} & \partial/\partial \underline{x} \\ \underline{y} & 0 & \partial/\partial \underline{y} \\ \partial/\partial \underline{x} & \partial/\partial \underline{y} & 0 \end{bmatrix}$$

Neste sistema, os coeficientes não dependem de  $\underline{x}$ , de modo que podemos resolver a dependência em  $\underline{x}$  através de transformada de Fourier. Se assumirmos que  $\zeta_n(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t})$  é cíclico em  $\underline{x}$  com período zonal  $\underline{L}_x$ , ou seja, se as condições de fronteira em  $\underline{x}$  são :

$\zeta_n(\underline{x}=0) = \zeta_n(\underline{x}=\underline{L}_x)$  então usamos o seguinte par de transformadas de Fourier finitas:

$$\zeta_n(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}) = \sum_k \hat{\zeta}_{nk}(\underline{y}, \underline{t}) e^{ik\underline{x}} \quad \text{com} \quad \hat{\zeta}_{nk}(\underline{y}, \underline{t}) = \frac{1}{\underline{L}_x} \int_0^{\underline{L}_x} \zeta_n(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}) e^{-ik\underline{x}} d\underline{x} \quad \text{sendo} \quad \underline{k} = \frac{2\pi k'}{\underline{L}_x}, \text{ onde } k' = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Como os coeficientes também não dependem de  $\underline{t}$ , procuramos também soluções em  $\underline{t}$  proporcionais a  $e^{i\omega \underline{t}}$ , onde  $\omega$  é a frequência. Portanto, as variáveis serão expressas por:

$$\zeta_n(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}) = \sum_k \hat{\zeta}_{nk}(\underline{y}, 0) e^{i(k\underline{x} + \omega_{nk} \underline{t})}$$

onde  $\omega_{nk}$  são as auto-freqüências associadas com o modo vertical  $n$  e o número de onda zonal  $k$ .

# Ondas de Rossby

## G. Solução da estrutura horizontal: solução em $\underline{y}$

### ♣ Substituindo

$$\underline{\zeta}_n(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}) = \sum_k \hat{\underline{\zeta}}_{nk}(\underline{y}, 0) e^{i(k\underline{x} + \underline{\omega}_{nk}\underline{t})}$$

nas equações adimensionais da estrutura horizontal, obtém-se:  
(omitindo de agora em diante o índice  $n$  do modo vertical)

$$i\underline{\omega}_k \hat{\underline{u}}_k - \underline{y} \hat{\underline{v}}_k + i\underline{k} \hat{\underline{\phi}}'_k = 0$$

$$i\underline{\omega}_k \hat{\underline{v}}_k + \underline{y} \hat{\underline{u}}_k + \frac{d \hat{\underline{\phi}}'_k}{d \underline{y}} = 0$$

$$i\underline{\omega}_k \hat{\underline{\phi}}'_k + i\underline{k} \hat{\underline{u}}_k + \frac{d \hat{\underline{v}}_k}{d \underline{y}} = 0$$

Estas equações podem ser representadas pela equação vetorial:

$$i\underline{\omega}_k \hat{\underline{\zeta}}_k + \underline{\Omega}_k \hat{\underline{\zeta}}_k = 0$$

onde:

$$\hat{\underline{\zeta}}_k = \begin{bmatrix} \hat{\underline{u}}_k \\ \hat{\underline{v}}_k \\ \hat{\underline{\phi}}'_k \end{bmatrix} \quad \underline{\Omega}_k = \begin{bmatrix} 0 & -\underline{y} & i\underline{k} \\ \underline{y} & 0 & \partial/\partial \underline{y} \\ i\underline{k} & \partial/\partial \underline{y} & 0 \end{bmatrix}$$

Assumimos que as condições de fronteira em  $\underline{y}$  são :

$$\hat{\underline{\zeta}}_{nk}(\underline{y}, \underline{t}) \rightarrow 0, \text{ quando: } \underline{y} = \pm\infty$$

Este sistema pode ser reduzido a uma equação diferencial ordinária em  $\underline{y}_k$ :

$$\frac{d^2}{d \underline{y}^2} \hat{\underline{v}}_k - \underline{y}^2 \hat{\underline{v}}_k = - \underbrace{\left( \underline{\omega}_k^2 - \underline{k}^2 + \frac{\underline{k}}{\underline{\omega}_k} \right)}_{\lambda \rightarrow \text{auto-valor}} \hat{\underline{v}}_k$$

Equação de Schrödinger, com condições de fronteira:  $\hat{\underline{v}}_k(\pm\infty) = 0$

Este é um problema de Sturm Liouville, usualmente resolvido fatorando:

$$\hat{\underline{v}}_k(\underline{y}) = e^{-\frac{\underline{y}^2}{2}} \psi(\underline{y})$$

# Ondas de Rossby

## G. Solução da estrutura horizontal: solução em $y$

### ♣ Substituindo

$\hat{v}_k(\underline{y}) = e^{-\frac{y^2}{2}} \psi(\underline{y})$  na equação diferencial ordinária para  $\underline{v}_k$  obtém-se:

$$\frac{d^2 \psi}{d \underline{y}^2} \hat{v}_k - 2 \underline{y} \frac{d \psi}{d \underline{y}} - \underbrace{\left[ 1 - \left( \underline{\omega}_k^2 - \underline{k}^2 + \frac{\underline{k}}{\underline{\omega}_k} \right) \right]}_{\lambda} \psi = 0 \quad \text{Equação de Hermite}$$

Quando resolvida pelo método de Frobenius, encontra-se para  $\psi(\underline{y})$  uma série que só atende as condições de fronteira se:

$$\underline{\omega}_{kn'}^2 - \underline{k}^2 + \frac{\underline{k}}{\underline{\omega}_{kn'}} = 2n' + 1, \text{ onde } : n' = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Relação de dispersão no plano  $\beta$  equatorial

Se  $n'$  é par  $\Rightarrow$  a solução é um polinômio par.

Se  $n'$  é ímpar  $\Rightarrow$  a solução é um polinômio ímpar.

Polinômios de Hermite

Os polinômios de Hermite são ortogonais em relação ao peso  $e^{-y^2}$ :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_{n'}(\underline{y}) H_{m'}(\underline{y}) e^{-\underline{y}^2} d \underline{y} = 0, \text{ para } : n' \neq m'$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [H_{n'}(\underline{y})]^2 e^{-\underline{y}^2} d \underline{y} = 2^{n'} n'! \sqrt{\pi}, \text{ para } : n' = m'$$

Integral de normalização



# Ondas de Rossby

## H. Solução da estrutura horizontal: autofrequências

♣ Vimos que para  $\underline{v}_k$  satisfazer as condições de fronteira é necessário que os autovalores  $\lambda$  satisfaçam a equação:

$$\lambda = \underline{\omega}_{kn'}^2 - \underline{k}^2 + \frac{\underline{k}}{\underline{\omega}_{kn'}} = 2n'+1, \text{ onde } n' = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Relação de dispersão no plano  $\beta$  equatorial

ou

$$\underline{\omega}_{kn'}^3 - (\underline{k}^2 + 2n'+1)\underline{\omega}_{kn'} + \underline{k} = 0$$

Dimensionalizando:

Raízes aproximadas  
( $k$  grande)

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\omega}_{kn'1} = +\sqrt{\underline{k}^2 + 2n'+1} \\ \underline{\omega}_{kn'2} = -\sqrt{\underline{k}^2 + 2n'+1} \\ \underline{\omega}_{kn'0} = \frac{\underline{k}}{\underline{k}^2 + 2n'+1} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} \omega_{k,n',1,2} = \pm kc_n \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\beta}{c_n} (2n'+1)} \\ \omega_{k,n',0} = \frac{\beta k}{k^2 + \frac{\beta}{c_n} (2n'+1)} \end{array}$$

Pode-se identificar estas ondas através de suas velocidades de fase:

$$c_{k,n',1,2} = -\frac{\omega_{k,n',1,2}}{k} = \mp c_n \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\beta}{c_n} (2n'+1)}$$

$$c_{k,n',0} = -\frac{\omega_{k,n',0}}{k} = -\frac{\beta}{k^2 + \frac{\beta}{c_n} (2n'+1)}$$

Ondas de gravidade-inerciais: ondas de gravidade pura modificadas pela rotação da Terra.

Ondas de Rossby (p/ oeste) modificadas pela propagação meridional. Não existem sem efeito  $\beta$ .

# Ondas de Rossby

## H. Solução da estrutura horizontal: autofrequências

♣ Soluções da equação de dispersão no plano  $\beta$  equatorial :

$$\omega_{kn'}^3 - (k^2 + 2n' + 1)\omega_{kn'} + k = 0$$

Solução para  $n'=0$ :

$$\omega_{k0}^3 - (k^2 + 1)\omega_{k0} + k = 0$$

com raízes exatas:

$$\omega_{k0} = k \text{ não atende C.F.}$$

$$\omega_{k0} = -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1}$$

$$\omega_{k0} = -\frac{k}{2} - \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1}$$

Pode-se classificar estas ondas através do comportamento qdo  $n \rightarrow 0$ :

$$\omega_{k,0,0} = -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1}$$

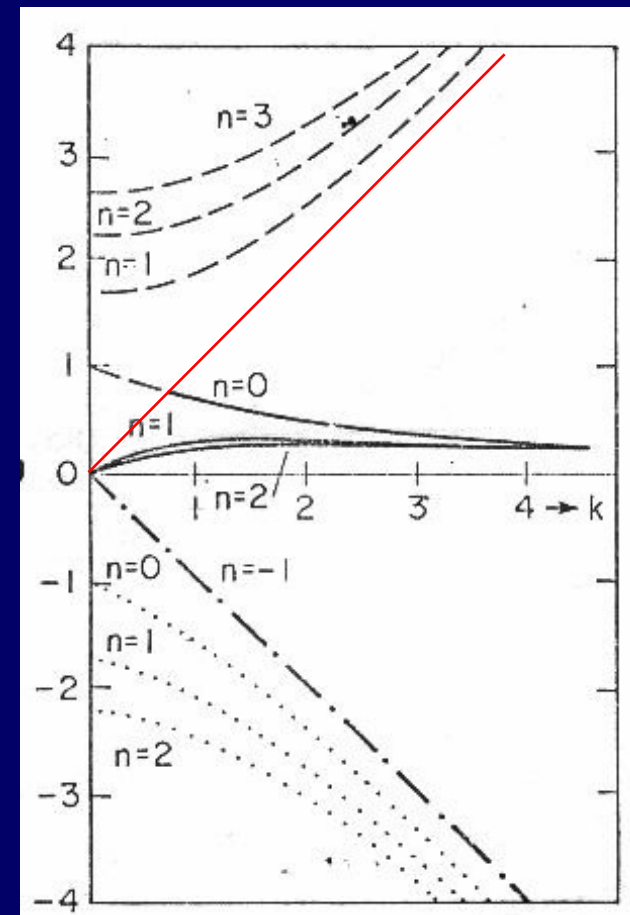
Ondas de Rossby (oeste) p/  $k > 2^{-1/2}$ .  
Não existem p/  $k < 2^{-1/2}$  ( $\omega = k$ ).

$$\omega_{k,0,1} = -\frac{k}{2} + \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1}$$

Ondas de gravidade-inerciais (oeste) p/  $k < 2^{-1/2}$ . Não existem p/  $k > 2^{-1/2}$  ( $\omega = k$ ).

$$\omega_{k,0,2} = -\frac{k}{2} - \sqrt{\frac{k^2}{4} + 1}$$

Ondas de gravidade-inerciais (leste) p/ qualquer  $k$ .



Ondas de Rossby: menor frequência

# Ondas de Rossby

## I. Solução especial da estrutura horizontal: ondas de Kelvin

♣ O sistema de equações da estrutura horizontal em  $\underline{y}$  :

$$i \underline{\omega}_k \underline{\hat{u}}_k - \underline{y} \underline{\hat{v}}_k + i k \underline{\hat{\phi}}'_k = 0$$

$$i \underline{\omega}_k \underline{\hat{v}}_k + \underline{y} \underline{\hat{u}}_k + \frac{d \underline{\hat{\phi}}'_k}{d \underline{y}} = 0$$

$$i \underline{\omega}_k \underline{\hat{\phi}}'_k + i k \underline{\hat{u}}_k + \frac{d \underline{\hat{v}}_k}{d \underline{y}} = 0$$

ou

$$i \underline{\omega}_k \underline{\hat{\zeta}}_k + \Omega_k \underline{\hat{\zeta}}_k = 0$$

onde:

$$\underline{\hat{\zeta}}_k = \begin{bmatrix} \underline{\hat{u}}_k \\ \underline{\hat{v}}_k \\ \underline{\hat{\phi}}_k \end{bmatrix}$$

$$\underline{\Omega}_k = \begin{bmatrix} 0 & -\underline{y} & i k \\ \underline{y} & 0 & \partial/\partial \underline{y} \\ i k & \partial/\partial \underline{y} & 0 \end{bmatrix}$$

forneceu uma equação para  $\underline{v}_k$  (problema de SL) :

$$\frac{d^2}{d \underline{y}^2} \underline{\hat{v}}_k - \underline{y}^2 \underline{\hat{v}}_k = - \left( \underline{\omega}_k^2 - k^2 + \frac{k}{\underline{\omega}_k} \right) \underline{\hat{v}}_k \quad \text{com C.F.} \quad \underline{\hat{v}}_k(\pm\infty) = 0$$

que forneceu a relação de dispersão:

$$\underline{\omega}_{kn'}^3 - (k^2 + 2n' + 1) \underline{\omega}_{kn'} + k = 0, \text{ onde } n' \text{ é o índice do polinômio de Hermite}$$

Contudo, existe uma solução  $v(x,y)=0$ , não incluída na relação acima. Fazendo-se  $\underline{v}_k=0$  nas equações da estrutura horizontal em  $\underline{y}$  obtém-se um sistema cuja solução é:

$$\underline{\omega}_k = -k$$

$$\underline{\hat{\phi}}_k = \underline{\hat{u}}_k = C e^{-\frac{\underline{y}^2}{2}}$$

Ondas de Kelvin (leste), com  $v=0$

Modo  $n'=-1 \Rightarrow \omega_{k,-1,2}$

Máxima amplitude no equador

# Ondas de Rossby

## H. Solução da estrutura horizontal: autofrequências

♣ Soluções da equação de dispersão no plano  $\beta$  equatorial :

$$\underline{\omega}_{kn'}^3 - (k^2 + 2n' + 1)\underline{\omega}_{kn'} + k = 0$$

**Raízes aproximadas**  
( $k$  grande)

$$\omega_{k,n',1,2} = \pm kc_n \sqrt{1 + \frac{1}{k^2} \frac{\beta}{c_n} (2n' + 1)}$$

GW  
GE

$$\omega_{k,n',0} = \frac{\beta k}{k^2 + \frac{\beta}{c_n} (2n' + 1)}$$

Rossby (W)

♣ Solução especial:

$$\omega_{k,-1,2} = -kc_n$$

Kelvin (E)

**Velocidade de fase:**

$$c_{k,n',r} = -\frac{\omega_{k,n',r}}{k}$$

**Velocidade de grupo:**

$$c_{gk,n',r} = -\frac{\partial \omega_{k,n',r}}{\partial k}$$

Ondas não dispersivas:  $c=c_g$

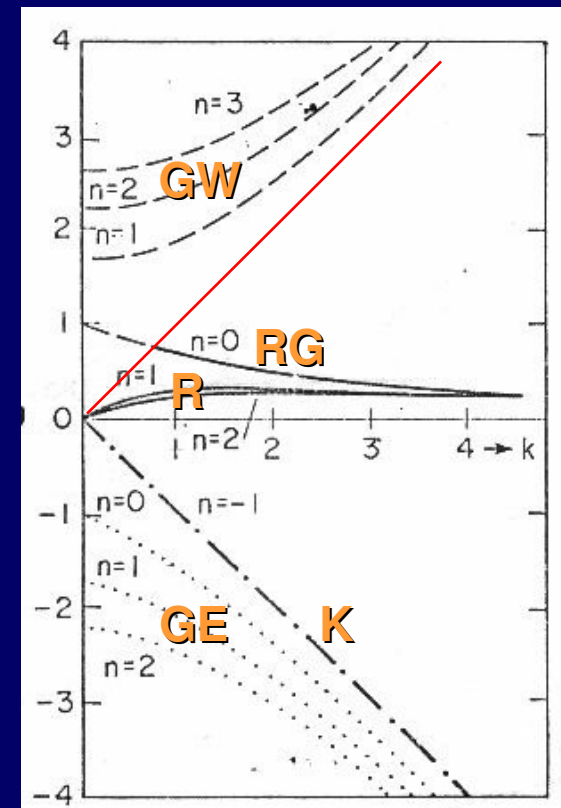
As ondas de Rossby tem velocidade de fase para oeste e a velocidade de grupo é:

- para oeste se  $k < k_0$
- para leste se  $k > k_0$
- nula se  $k = k_0$

onde

$$k_0 = \sqrt{\frac{(2n' + 1)\beta}{c_n}}$$

Adotando  $k$  positivo  $\Rightarrow \omega$  pode ser positivo (p/ oeste) e negativo (p/ leste)



Ondas de Rossby: menor frequência

# Ondas de Rossby

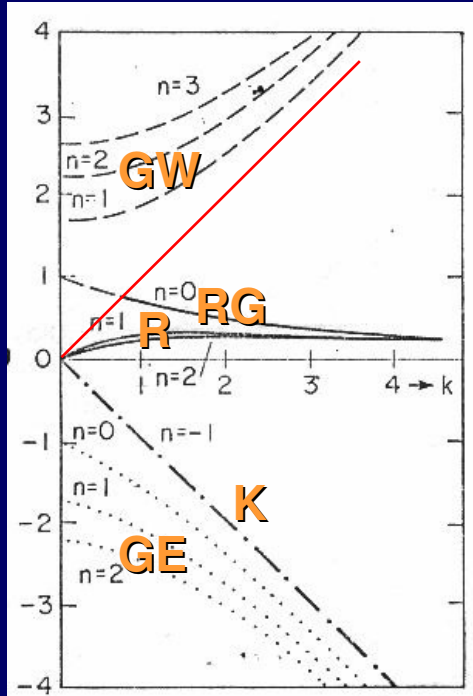
## H. Solução da estrutura horizontal: autofrequências

### ♣ Convenções

Se a solução é proporcional a  $e^{i(kx+\omega t)}$ :

$$c_{k,n',r} = -\frac{\omega_{k,n',r}}{k} \quad c_{gk,n',r} = -\frac{\partial \omega_{k,n',r}}{\partial k}$$

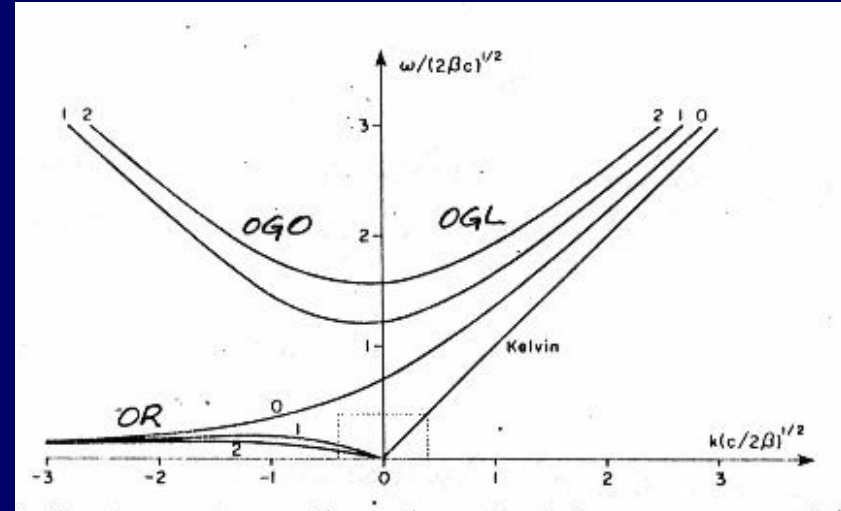
Adotando  $k$  positivo  $\Rightarrow \omega$  pode ser positivo (p/ oeste) e negativo (p/ leste)



Se a solução é proporcional a  $e^{i(kx-\omega t)}$ :

$$c_{k,n',r} = \frac{\omega_{k,n',r}}{k} \quad c_{gk,n',r} = \frac{\partial \omega_{k,n',r}}{\partial k}$$

Adotando  $\omega$  positivo  $\Rightarrow k$  pode ser positivo (p/ leste) e negativo (p/ oeste)



# Ondas de Rossby

## J. Soluções da estrutura horizontal: autofunções

♣ Auto-funções para  $k \neq 0$  :

Como: 
$$\hat{v}_{k,n'}(\underline{y}) = e^{-\frac{y^2}{2}} H_{n'}(\underline{y})$$

pode-se determinar as autofunções  $\underline{u}_{k,n',r}$  e  $\underline{\phi}_{k,n',r}$  correspondentes ao auto-valor  $\underline{\omega}_{k,n',r}$  usando as equações da estrutura horizontal em  $\underline{y}$  e relações para os polinômios de Hermite:

$$\hat{\underline{\xi}}_{k,n',r}(\underline{y}) = \begin{bmatrix} \hat{u}_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{\phi}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\underline{\omega}_{k,n',r} - \underline{k})H_{n'+1} + n'(\underline{\omega}_{k,n',r} + \underline{k})H_{n'-1} \\ i(\underline{\omega}_{k,n',r}^2 + \underline{k}^2)H_{n'} \\ \frac{1}{2}(\underline{\omega}_{k,n',r} - \underline{k})H_{n'+1} - n'(\underline{\omega}_{k,n',r} + \underline{k})H_{n'-1} \end{bmatrix} \frac{e^{-\frac{y^2}{2}}}{\sqrt{E_{k,n',r}}} \rightarrow \text{normalização}$$

As auto-funções são ortonormais e formam um conjunto completo:  $\langle \hat{\underline{\xi}}_{k,n',r}, \hat{\underline{\xi}}_{k,n',r} \rangle = 1$

♣ Auto-funções para  $k = 0$  (caso zonalmente simétrico):

Para  $\underline{k}=0$  há degenerescência, pois as auto-freqüências do modo de Rossby  $\underline{\omega}_{0,n',0}=0$ . Para este valor, obtemos nas equações da estrutura horizontal em  $\underline{y}$  uma corrente geostrófica zonal ( $v=0$ ). Para construir os modos ortonormais, calcula-se o limite:

$$\hat{\underline{\xi}}_{0,n',0} = \lim_{\underline{k} \rightarrow 0} \hat{\underline{\xi}}_{k,n',0}$$

Assim consegue-se um conjunto ortonormal e completo também para  $\underline{k}=0$ .



# Ondas de Rossby

## K. Solução completa

♣ Estrutura horizontal:

$$\underline{\zeta}(\underline{x}, \underline{y}, \underline{t}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-1}^{\infty} \sum_{r=0}^2 c_{k,n',r}(0) \underline{\hat{\zeta}}_{k,n',r}(\underline{y}) e^{i(k\underline{x} + \omega_{k,n',r}\underline{t})}$$

com:

$$c_{k,n',r}(0) = \left\langle \underline{\hat{\zeta}}_k(\underline{y}, 0), \underline{\hat{\zeta}}_{k,n',r}(\underline{y}) \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \underline{\hat{u}}_k(\underline{y}, 0) \underline{\hat{u}}_{k,n',r}^*(\underline{y}) + \underline{\hat{v}}_k(\underline{y}, 0) \underline{\hat{v}}_{k,n',r}^*(\underline{y}) + \underline{\hat{\phi}}_k(\underline{y}, 0) \underline{\hat{\phi}}_{k,n',r}^*(\underline{y}) \right] d\underline{y}$$

$$\underline{\hat{\zeta}}_k(\underline{y}, 0) = \frac{1}{2L_x} \int_{-L_x}^{L_x} \underline{\hat{\zeta}}(\underline{x}, \underline{y}, 0) e^{-ik\underline{x}} d\underline{x}$$

Na forma dimensional:

$$\hat{\zeta}_{k,n',r}(\underline{y}) = \begin{bmatrix} \hat{u}_k \\ \hat{v}_k \\ \hat{\phi}'_k \end{bmatrix} = \underline{\hat{\zeta}}_{k,n',r}(\underline{y}) \begin{bmatrix} c_n & 0 & 0 \\ 0 & c_n & 0 \\ 0 & 0 & c_n \end{bmatrix}$$

♣ Solução completa (incluindo os modos verticais):

$$\zeta(x, y, z^*, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n'=-1}^{\infty} \sum_{r=0}^2 c_{n,k,n',r}(0) \hat{\zeta}_{n,k,n',r}(y) e^{i(kx + \omega_{n,k,n',r}t)} \underbrace{\Psi_n(z^*) e^{z^*/2}}_{\text{Estrutura vertical}}$$

modos verticais

Estrutura vertical

# Ondas de Rossby

## L. Confinamento das ondas em y (latitude)

♣ Uma propriedade importante das soluções da equação da estrutura horizontal é o confinamento da propagação ao longo de uma faixa em torno do equador:

$$\frac{d^2}{dy^2} \hat{v}_k - \underbrace{\left( \omega_k^2 - k^2 + \frac{k}{\omega_k} \right)}_{2n'+1} \hat{v}_k = 0$$

ou:

$$\frac{d^2}{dy^2} \hat{v}_k + \underbrace{\left( \omega_k^2 - k^2 + \frac{k}{\omega_k} - y^2 \right)}_{\text{latitude crítica: } y_c^2 = 2n'+1} \hat{v}_k = 0$$

Se  $y < y_c$ , o coeficiente de  $v_k$  é  $>0 \Rightarrow$  solução oscilatória: propagação

Se  $y > y_c$ , o coeficiente de  $v_k$  é  $<0 \Rightarrow$  solução exponencial amortecida p/ sat. C.F.

A latitude crítica ou ponto de retorno, em forma dimensional, é:

$$y_c = \sqrt{(2n'+1) \frac{c_n}{\beta}}$$

O confinamento deve-se à variação do parâmetro de Coriolis, pois se  $\beta=0$ , então  $y_c \rightarrow \infty$ .

Para grande  $c_n$  (modo vertical externo) ou grande  $n'$ ,  $y_c$  é grande, ou seja, a propagação ocorre até maiores latitudes. Se  $y_c < y_{\text{polo}}$ , então a aproximação do plano  $\beta$  equatorial é válida.

# Ondas de Rossby

## M. Geometria esférica

♣ O plano  $\beta$  equatorial é uma boa aproximação para os modos verticais internos de pequena altura equivalente  $h_n$  (e pequeno  $c_n$ ). Para o modo vertical externo, com grande  $h_n$ , ou outros modos não tão confinados, com  $y_c \sim y_{\text{polo}}$ , é necessária uma geometria e termo de Coriolis mais exatos nas equações, devendo-se usar a geometria esférica.

♣ Sobre a esfera as equações são escritas em coordenadas esféricas e o procedimento a seguir é muito similar ao já mostrado para o plano  $\beta$  equatorial, no qual se separam as dependências horizontal e vertical. A estrutura horizontal também é descrita pelas equações da água rasa, que em coordenadas esféricas tem como solução as Funções de Hough.

# Propagação de ondas de Rossby

## Atenção: Notas de aula manuscritas

♣ Foram fornecidas aos alunos notas de aula manuscritas sobre propagação de energia através de ondas de Rossby. Nelas são discutidos os vários aspectos da propagação de ondas de Rossby, considerando uma hierarquia de modelos e estados básicos da atmosfera com crescente generalização, mas todos identificados com as ondas originais de Rossby pela importância do gradiente da vorticidade planetária ou termos dinamicamente equivalentes na determinação de suas propriedades ondulatórias.

# Testes com Modelos Barotrópicos

## A. Objetivos

- ❑ Investigar discrepâncias em relação a trabalhos anteriores.
- ❑ Investigar a sensibilidade do modelo a:
  - ♦ Campo básico da atmosfera
  - ♦ Termos da forçante
  - ♦ Especificação da divergência anômala

## B. Modelo

- ♣ Baseado em análise de escala da equação da vorticidade em altos níveis. A equação da vorticidade é obtida efetuando a operação

$$\hat{k} \cdot \nabla \times (\text{equação .do.movimento})$$

donde:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \zeta + \hat{k} \cdot \nabla \times \omega \frac{\partial \vec{V}}{\partial p} = -\zeta \nabla \cdot \vec{V}$$

Sem incluir ainda o atrito.

onde:

$$\zeta = \xi + f$$

$$\omega = \frac{dp}{dt}$$

$$\hat{k} \cdot \nabla \times \omega \frac{\partial \vec{V}}{\partial p} = \underbrace{\omega \frac{\partial \zeta}{\partial p}}_{\text{Advecção vertical}} + \underbrace{\hat{k} \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial p} \times \nabla \omega \right)}_{\text{Torção dos vórtices}}$$

# Testes com Modelos Barotrópicos

## B. Modelo

♣ Uma análise de escala da equação da vorticidade em altos níveis mostra que são pequenos os termos de advecção vertical e torção dos vórtices. Omitindo-os, obtemos:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \right) \zeta = -\zeta \nabla \cdot \vec{V} + A \quad \text{onde decomponemos: } \vec{V} = \vec{V}_\psi + \vec{V}_\chi \quad \text{sendo } \begin{cases} \vec{V}_\psi = \hat{k} \times \nabla \psi & \xi = \nabla^2 \psi \\ \vec{V}_\chi = \nabla \chi & D = \nabla^2 \chi \end{cases}$$

e obtemos:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{V}_\psi \cdot \nabla \zeta = -\vec{V}_\chi \cdot \nabla \zeta - \zeta D + A$$

ou:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \vec{V}_\psi \cdot \nabla \zeta = -\nabla \cdot (\zeta \vec{V}_\chi) + A$$

$\vec{F} \rightarrow$  forçante da equação da vorticidade barotrópica

### ♣ Linearização:

- ♦ Decompõe-se cada parâmetro  $P = \bar{P} + P'$
- ♦ Supõe-se o estado básico uma solução estacionária
- ♦ Omite-se os termos não lineares:

$$\vec{V}_\psi' \cdot \nabla \zeta', \zeta' D', \vec{V}_\chi' \cdot \nabla \zeta'$$



# Testes com Modelos Barotrópicos

## C. Modelo linearizado:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{V}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \bar{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} + \bar{V}_{\chi}' \cdot \nabla \zeta' + \zeta' \bar{D} = F' + A'$$

com

$$F' = -\bar{\zeta} D' - \bar{V}_{\chi}' \cdot \nabla \bar{\zeta}$$

Forçante depende da divergência anômala

Modelo mais simples frequentemente utilizado:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{V}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \bar{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} = -f D' + A'$$

Não usa a divergência do estado básico

Amortecimento:

$$A' = \underbrace{-\alpha \zeta'}_{\text{amortecimento linear}} - \underbrace{\gamma \nabla^4 \zeta'}_{\text{difusão biarmônica}}$$

♣ Pode-se também pensar no modelo como se fosse barotrópico não divergente, forçado pelos termos que contêm divergência ou vento divergente:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{V}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \bar{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} = F' + A'$$

$$F' = -\bar{\zeta} D' - \bar{V}_{\chi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} - \zeta' \bar{D} - \bar{V}_{\chi} \cdot \nabla \zeta'$$

♦ Para cálculo do modelo usa-se  $\zeta' = \nabla^2 \psi'$   $\psi$  = função corrente

♦ Nível de utilização do modelo: 200 hPa

# Testes com Modelos Barotrópicos

## D. Hierarquia de Modelos:

◆ Estado básico zonalmente simétrico (ZS)

◆ Estado básico zonalmente variável (ZV)

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{\vec{V}}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \vec{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} = F' + A'$$

$$F' = \underbrace{-\bar{\zeta} D'}_{F1} - \underbrace{\vec{V}_{\chi}' \cdot \nabla \bar{\zeta}}_{F2} - \underbrace{\zeta' \bar{D}}_{F3} - \underbrace{\bar{\vec{V}}_{\chi} \cdot \nabla \zeta'}_{F4}$$

**Termos  
forçantes  
lineares**

**Termos  
não-  
lineares:**

$$F5 = -\zeta' D'$$

$$F6 = -\vec{V}_{\chi}' \cdot \nabla \zeta'$$

| Modelo | Estado básico |            | Forçante     |     |     |     |     |     |
|--------|---------------|------------|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
|        | Rot           | Div        | F1           | F2  | F3  | F4  | F5  | F6  |
| ZS-1A  | [u]           | 0          | -fD'         | Não | Não | Não | -   | -   |
| ZS-1B  | [u]           | 0          | Sim          | Não | Não | Não | -   | -   |
| ZS-2   | [u]           | [v]        | Sim          | Não | Sim | Sim | -   | -   |
| ZS-3   | [u]           | 0          | Sim          | Sim | Não | Não | -   | -   |
| ZS-4   | [u]           | [v]        | Sim          | Sim | Sim | Sim | -   | -   |
|        |               |            |              |     |     |     |     |     |
| ZV-1A  | $V_{\psi}$    | 0          | -fD'         | Não | Não | Não | -   | -   |
| ZV-1B  | $V_{\psi}$    | 0          | $-\zeta' D'$ | Não | Não | Não | -   | -   |
| ZV-1C  | $V_{\psi}$    | 0          | Sim          | Não | Não | Não | -   | -   |
| ZV-2   | $V_{\psi}$    | $V_{\chi}$ | Sim          | Não | Sim | Sim | -   | -   |
| ZV-3   | $V_{\psi}$    | 0          | Sim          | Sim | Não | Não | -   | -   |
| ZV-4   | $V_{\psi}$    | $V_{\chi}$ | Sim          | Sim | Sim | Sim | -   | -   |
|        |               |            |              |     |     |     |     |     |
| ZVNL   | $V_{\psi}$    | $V_{\chi}$ | Sim          | Sim | Sim | Sim | Sim | Sim |

# Testes com Modelos Barotrópicos

## E. Solução numérica do modelo:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{\vec{V}}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \vec{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} = F' + A' \quad \text{com} \quad F' = -\bar{\zeta} D' - \vec{V}_{\chi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} - \zeta' \bar{D} - \bar{\vec{V}}_{\chi} \cdot \nabla \zeta'$$

□ Faz-se  $\zeta' = \nabla^2 \psi'$

□ Especifica-se o estado básico ( $\bar{V}_{\psi}, \bar{V}_{\chi}, \bar{D}$ ) e a divergência anômala ( $V_{\chi}', D'$ ), que serão considerados constantes durante a integração.

□ Integra-se até o estado estacionário.

□ A dependência espacial é resolvida pelo método espectral:

$$\psi'(\lambda, \mu, t) = \sum_{n=1}^{20} \sum_{m=-n}^n \psi_n'^m(t) Y_n^m(\lambda, \mu) \quad \text{com} \quad \left\{ \begin{array}{l} \blacklozenge Y_n^m \text{ harmônico esférico} \\ \blacklozenge \mu = \sin \phi \end{array} \right.$$

□ A grade espacial contém 64 longitudes e 32 latitudes gaussianas.

□ A dependência temporal é resolvida pelo método das diferenças finitas

□ Esquema leapfrog:

□ Passo de tempo: 1 hora.

$$\psi_n'^m(t+1) = \psi_n'^m(t-1) + 2\Delta t \frac{\partial Y_n'^m(t)}{\partial t}$$

# Testes com Modelos Barotrópicos

## F. Considerações sobre o modelo:

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{\vec{V}}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \vec{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} = F' + A' \quad \text{com} \quad F' = -\bar{\zeta} D' - \vec{V}_{\chi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} - \zeta' \bar{D} - \bar{\vec{V}}_{\chi} \cdot \nabla \zeta'$$

□ Tem natureza essencialmente diagnóstica: dado o componente divergente do vento e um amortecimento, obtém-se o componente rotacional dinamicamente consistente. A integração no tempo configura um processo iterativo.

□ Tem utilidade prognóstica se for possível especificar a divergência sem conhecer a vorticidade. Nos trópicos é possível: divergência em altos níveis pode ser diretamente relacionada com o aquecimento tropical balanceado com resfriamento adiabático por movimento ascendente e não diretamente afetado pelo fluxo rotacional em altos níveis. Nos extra-trópicos, contudo, divergência e vorticidade são relacionadas via teoria quase-geostrófica.

□ Portanto, o modelo deve ser aplicado num nível:

- ♦ de máxima divergência associada à convecção tropical;
- ♦ de não divergência em latitudes médias (nível equivalente barotrópico).

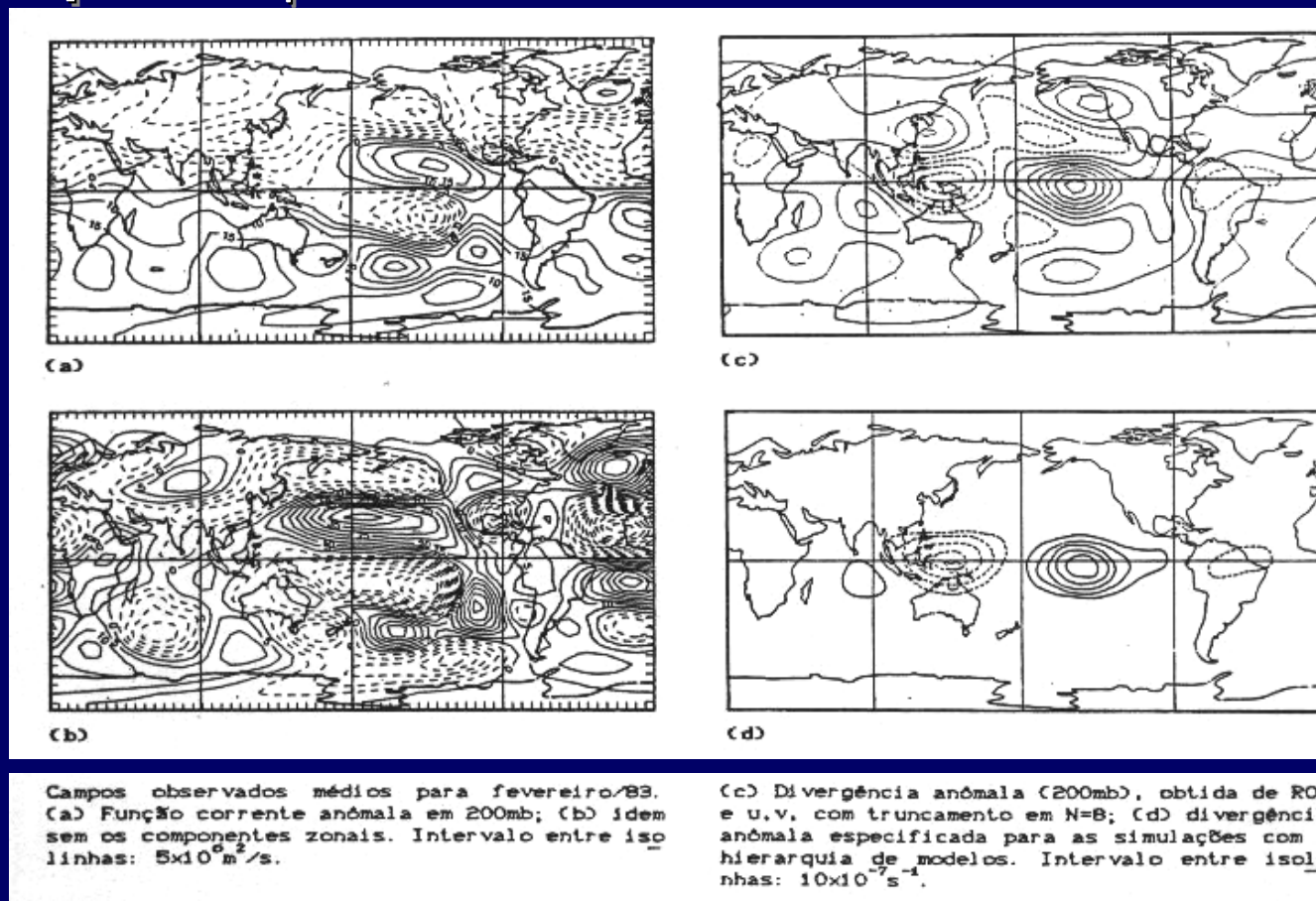
O nível escolhido foi 200 hPa.

# Testes com Modelos Barotrópicos

## G. Sensibilidade da resposta à:

- ❑ definição da forçante e ao estado básico;
- ❑ composição da divergência anômala.

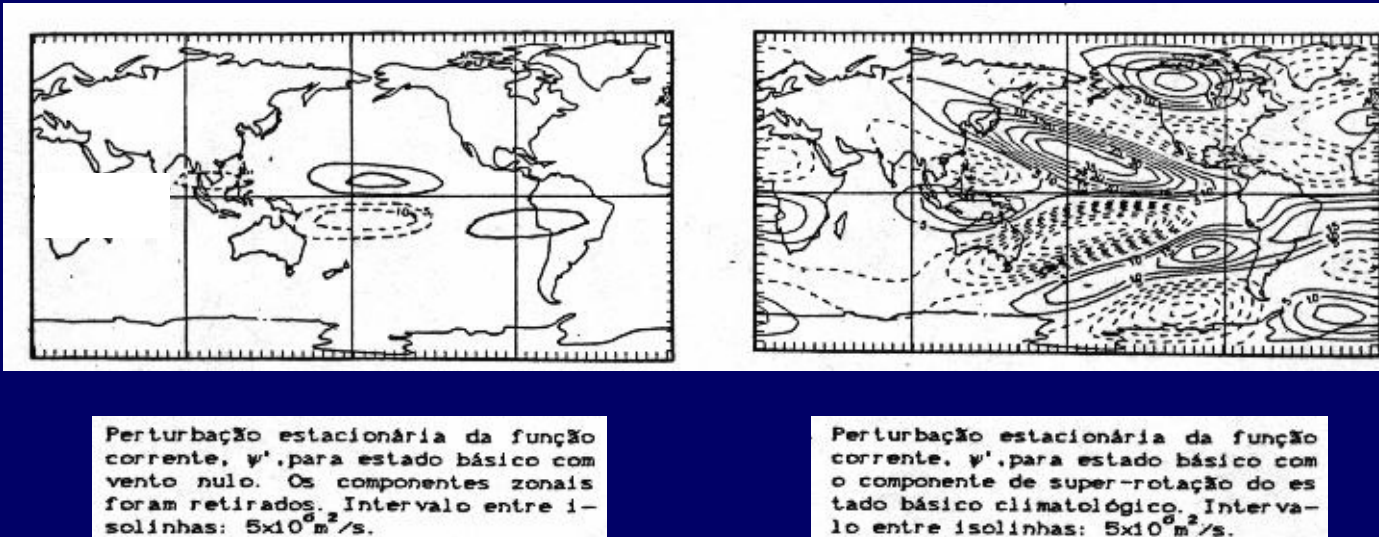
## ♣ Campos de $\psi'$ e $D'$ em fevereiro de 1983:





# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Importância da existência de fluxo básico de oeste para propagação das ondas de Rossby

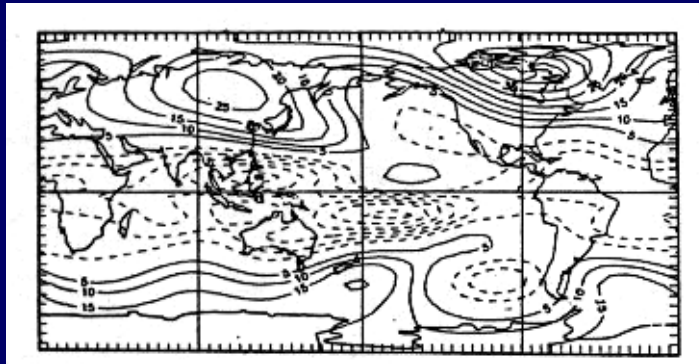


Com vento básico nulo (assim como vento básico de leste) a resposta fica confinada à região equatorial. Com vento de super-rotação, a propagação é grande, mas não há transferência de energia do estado básico para as perturbações.

# Testes com Modelos Barotrópicos

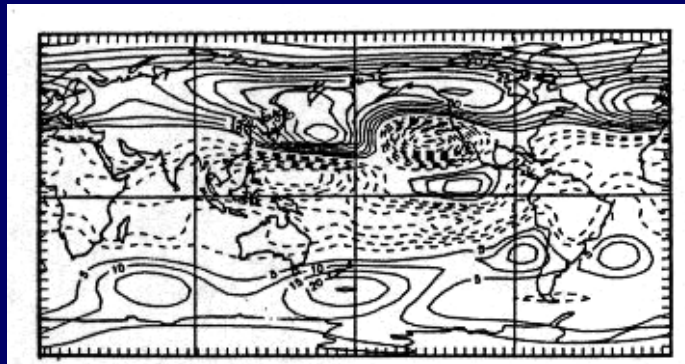
♣ Estado básico ZS × ZV: importância das variações zonais

ZS-1A

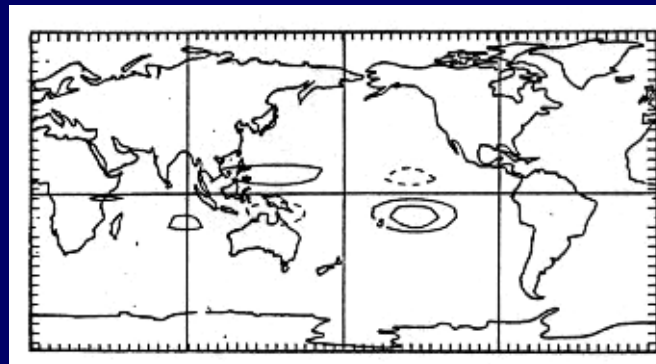


corrente,  $\psi'$ , para o modelo ZS-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{10} \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.

ZV-1A



$\psi'$  para o modelo ZV-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{10} \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.



Forçante  $F'$  para o modelo ZS-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

Mesmo com fontes iguais, as respostas são muito diferentes, indicando conversão de energia do estado básico para as perturbações, devida à variação zonal do estado básico.



# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Estado básico: importância das variações zonais

Evolução de anomalia inicial de  $\psi'$  tipo ruído branco, com  $\alpha=1/7$  dias (até 10 dias) e  $1/10$  dias (depois).

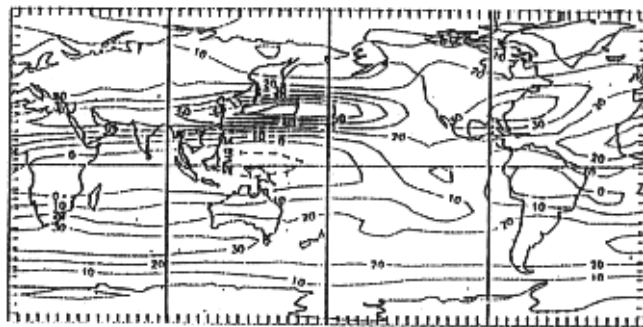
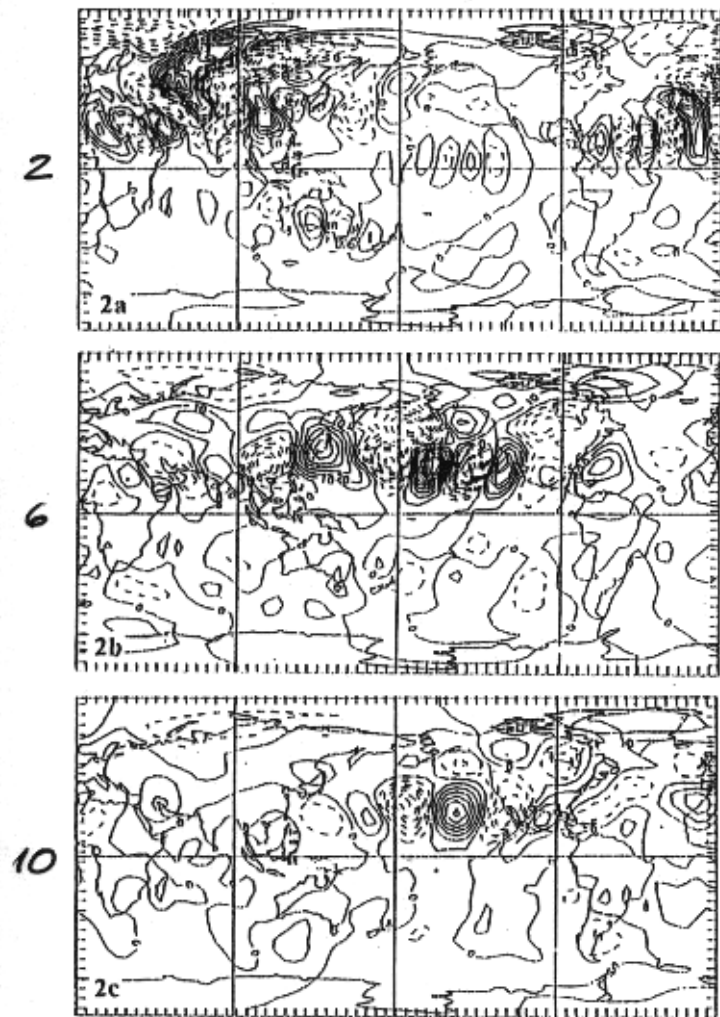


Fig. 1-Vento zonal médio de janeiro. Intervalo entre isolinhas: 10 m/s

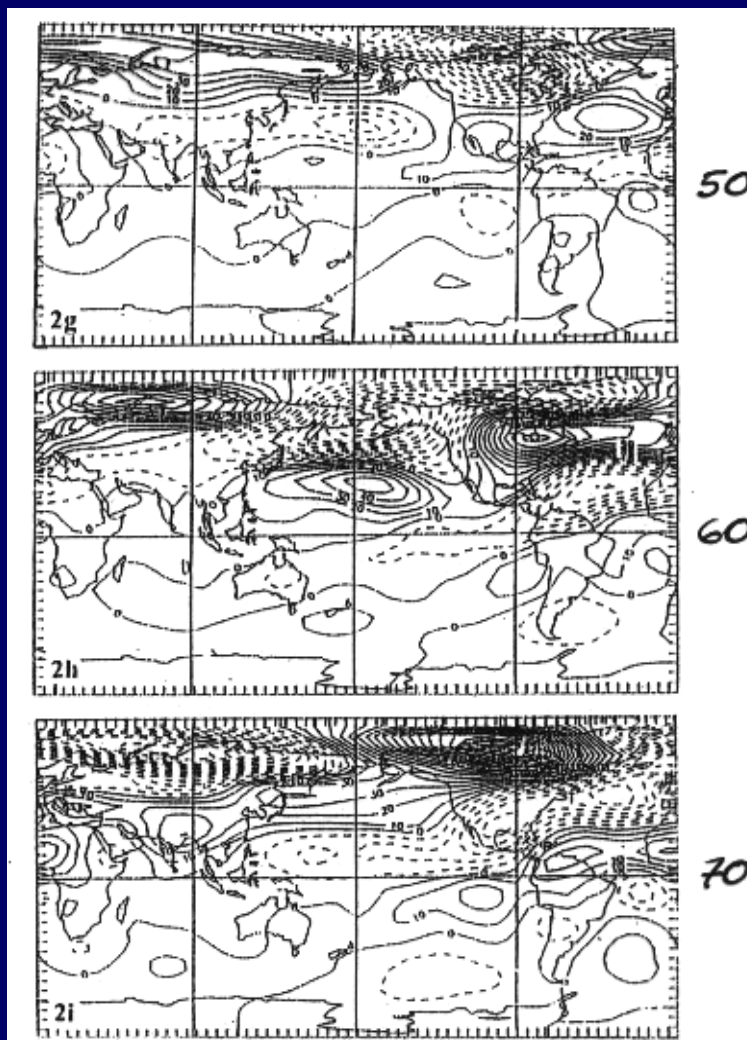
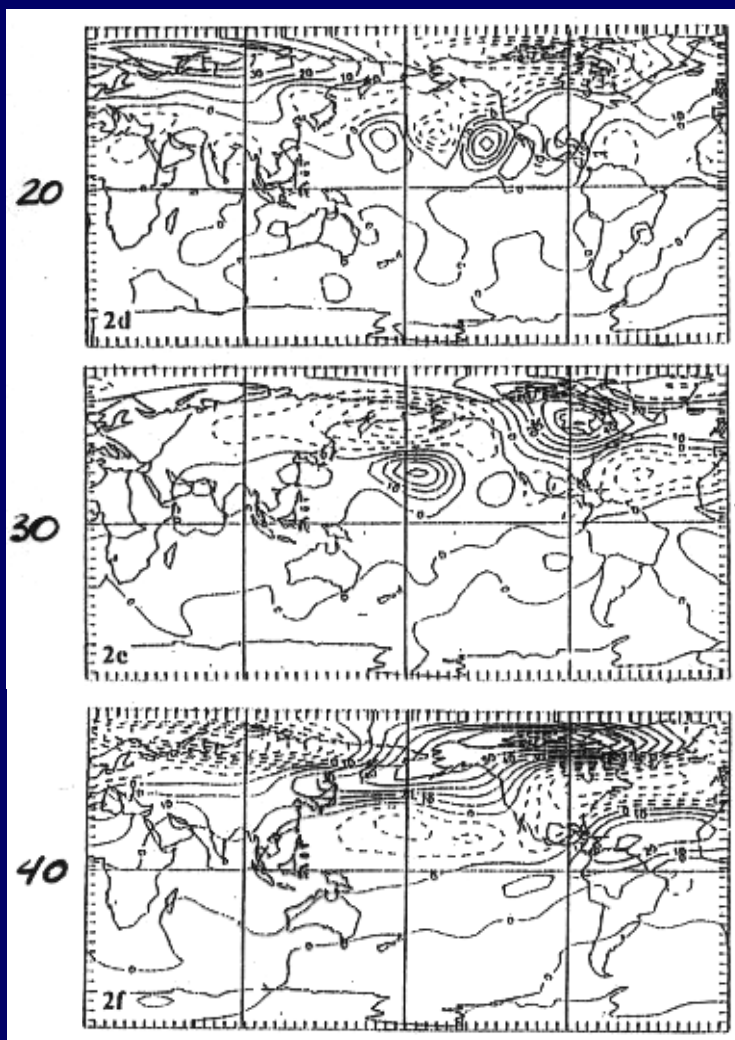
Fig. 2-Evolução de uma anomalia inicial de função corrente tipo ruído branco em estado básico de janeiro: (a) 2 dias, (b) 6 dias, (c) 10 dias, (d) 20 dias, (e) 30 dias, (f) 40 dias, (g) 50 dias, (h) 60 dias, (i) 70 dias. De (a) até (c) está representada a resposta para  $\alpha=1/7$  dias e de (d) até (i) para  $\alpha=1/10$  dias.



# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Estado básico: importância das variações zonais

Evolução de anomalia inicial de  $\psi'$  tipo ruído branco, com  $\alpha=1/7$  dias (até 10 dias) e  $1/10$  dias (depois).

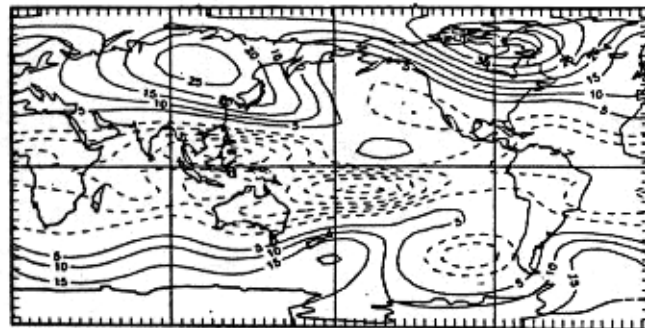




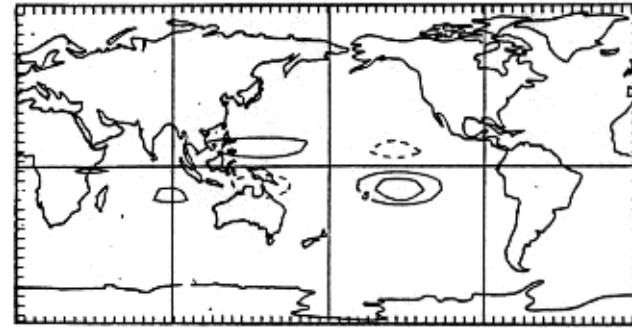
# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Estado básico ZS: importância da forçante completa

ZS-1A

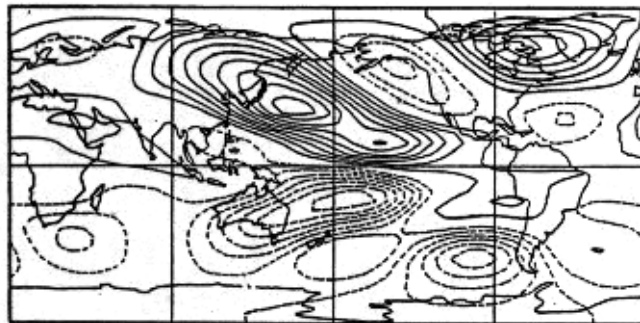


Perturbação estacionária da função corrente,  $\psi'$ , para o modelo ZS-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.

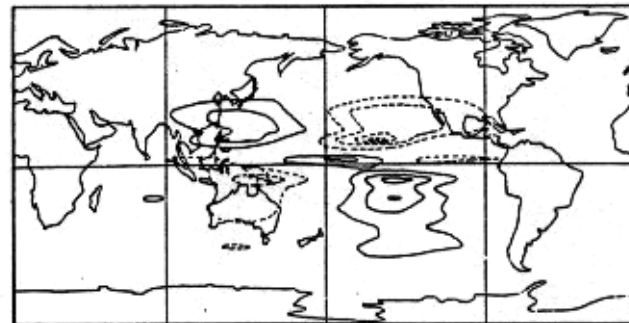


Forçante  $F'$  para o modelo ZS-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

ZS-4



$\psi'$  para o modelo ZS-4. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.



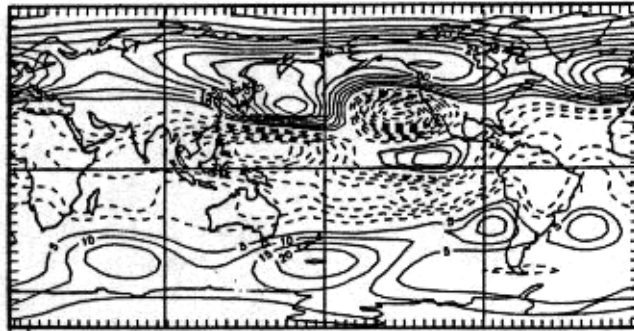
$F'$  para o modelo ZS-4. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

A resposta ondulatória nos extratrópicos fica muito mais intensa. Devido ao termo  $F_2$  a forçante se intensifica nos subtropicais, junto dos jatos, onde há forte gradiente de vorticidade.

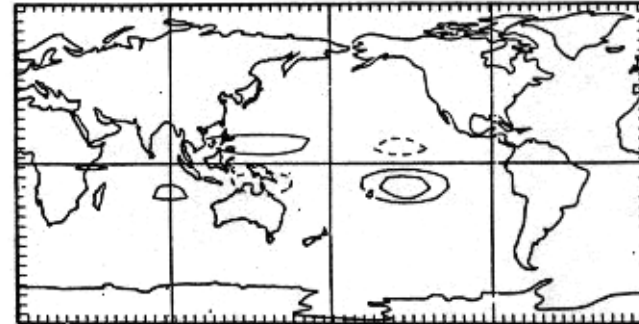
# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Estado básico ZV: importância da forçante completa

ZV-1A

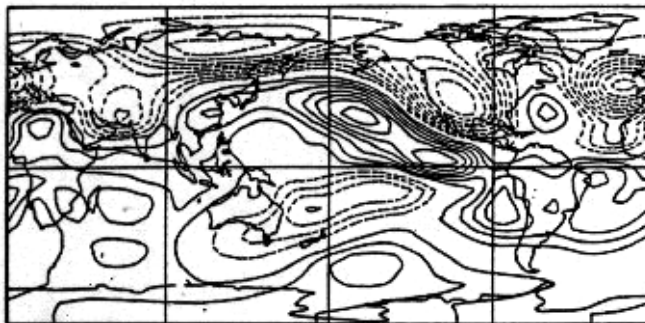


$\psi'$  para o modelo ZV-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.

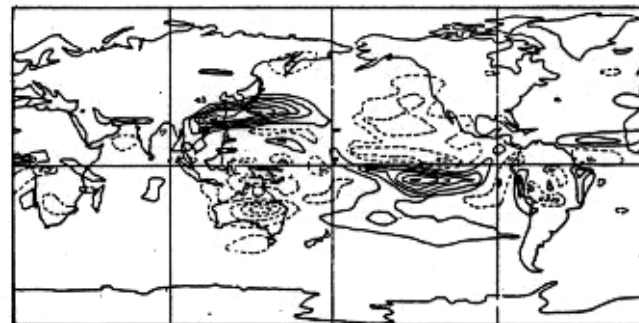


$F'$  para o modelo ZV-1A. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

ZV-4



$\psi'$  para o modelo ZV-4. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.



$F'$  para o modelo ZV-4. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

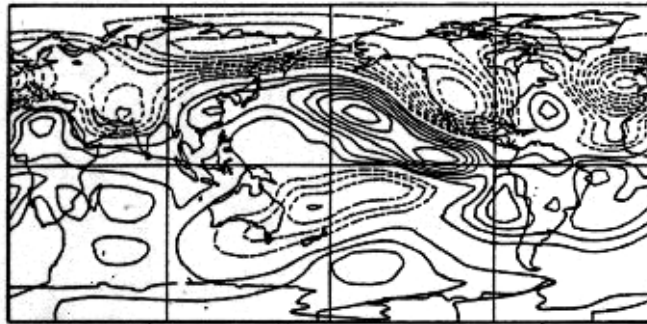
A resposta nos extratrópicos fica menos zonal e com padrões muito diferentes, muito mais intensa. Confirmada a importância do termo  $F_2$  (advecção de vorticidade básica pelo vento divergente anômalo) que intensifica a forçante nos subtropicais. Também a divergência do estado básico contribui.



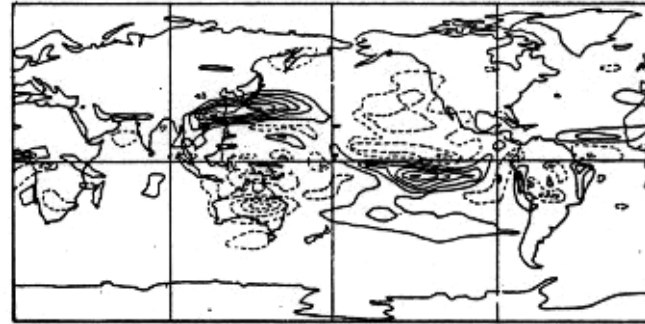
# Testes com Modelos Barotrópicos

## ♣ Modelo linear × modelo não linear

Linear

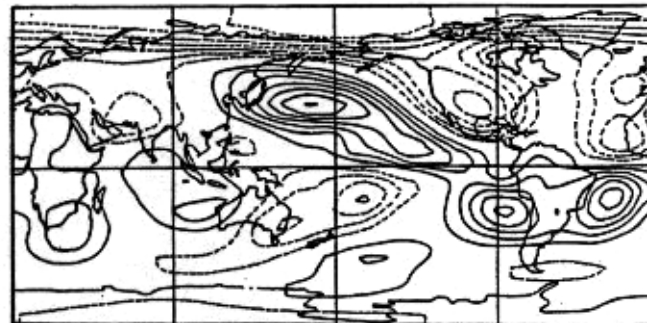


$\psi'$  para o modelo ZV-4. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.

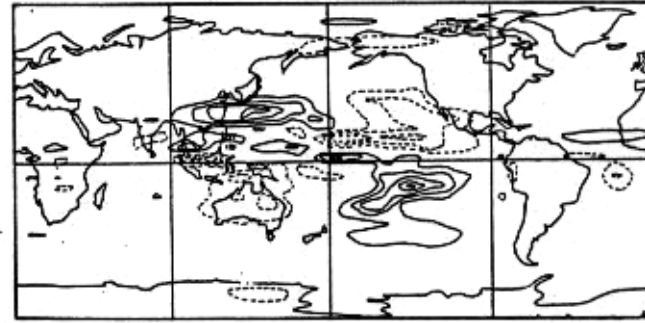


$F'$  para o modelo ZV-4. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

Não-Linear



$\psi'$  para o modelo ZVNL. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ . A isolinha zero não está mostrada.



$F'$  para o modelo ZVNL. Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ . A isolinha zero não está mostrada.

No modelo não linear há diminuição da circulação zonal, confirmando o papel dos termos transientes no amortecimento. A resposta não-linear não difere significativamente da resposta linear.

# Testes com Modelos Barotrópicos

## ♣ Questões:

- ❑ Por que os modelos mais completos (ZV-4, ZVNL) não reproduzem a resposta observada em fevereiro de 1983?
- ❑ Por que alguns estudos (por exemplo, Branstator 1985, B85) com modelo simples (ZV-1A) aparentemente reproduziram situações de El Niño para o inverno do HN?

## ♣ Respostas:

- ❑ Por que falta um ingrediente essencial da divergência anômala para obter a resposta observada, embora o campo da divergência esteja aparentemente correto em seus aspectos essenciais .
- ❑ Por que sua formulação da forçante era incompleta e devido à posição muito particular da divergência anômala no Pacífico Central.

**Demonstrações a seguir, em alguns testes de sensibilidade à composição da divergência anômala.**



# Testes com Modelos Barotrópicos

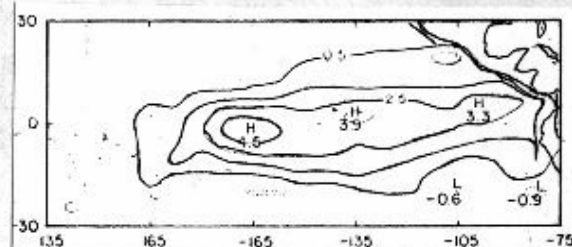
♣ Sensibilidade à posição longitudinal da divergência no Pacífico equatorial:

□ Geisler et al. (1985): a resposta extratropical de um MCGA no inverno do HN é relativamente insensível à posição longitudinal da anomalia de TSM no Pacífico Equatorial → modos normais preferenciais do estado básico?

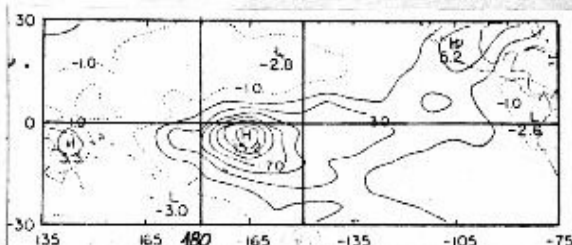
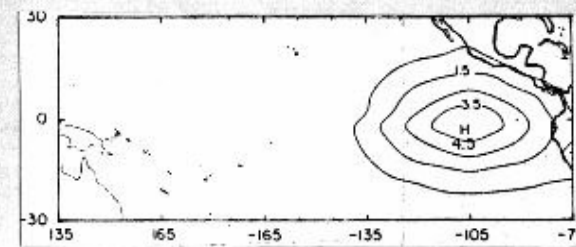
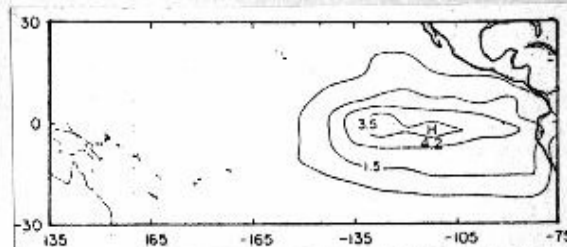
□ Sardeshmukh e Hoskins (1988): há insensibilidade na resposta do modelo barotrópico mais completo, não só devido à existência de modos preferenciais, como à natureza da forçante do modelo. Esta insensibilidade vale para o Pacífico leste?

# Testes com Modelos Barotrópicos

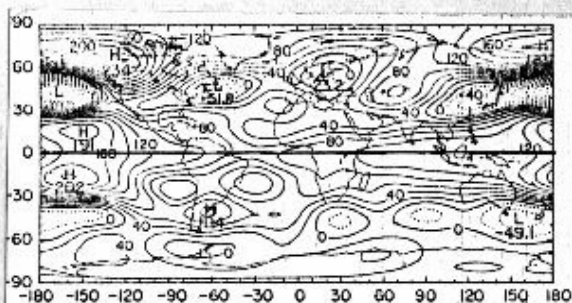
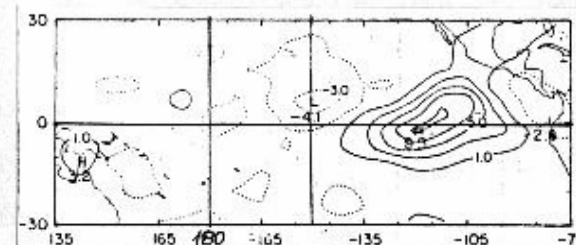
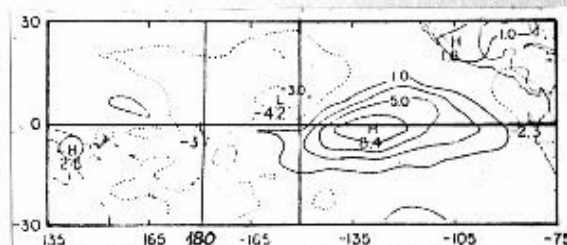
♣ Experimentos de Geisler et al. (1985):



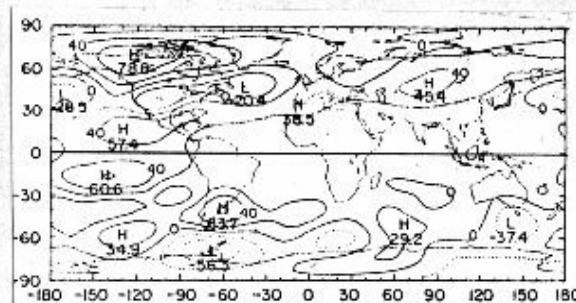
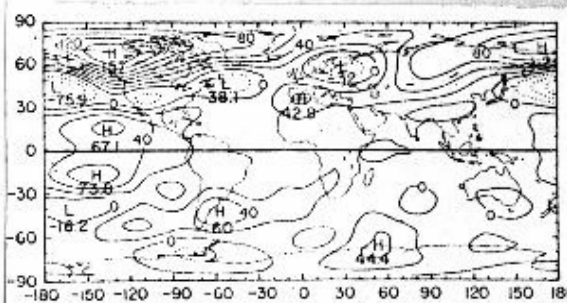
ANOMALIAS DE TEMPERATURA DA SUPERFÍCIE DO MAR



ANOMALIAS DE PRECIPITAÇÃO

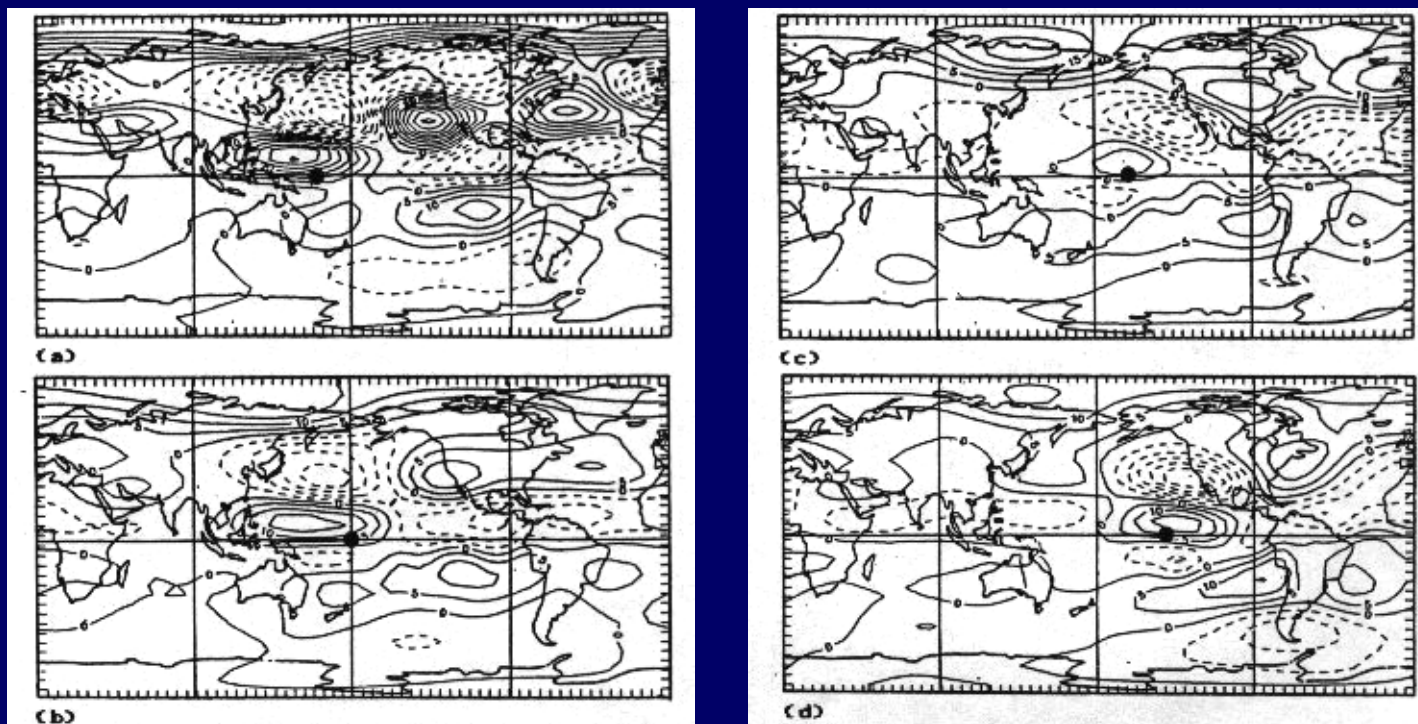


ANOMALIAS DE ALTURA GEOPOTENCIAL-200 mb



# Testes com Modelos Barotrópicos

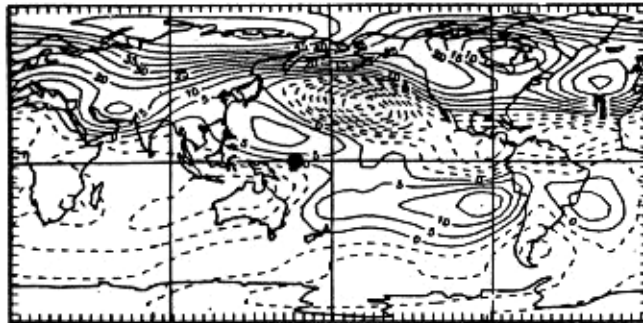
♣ Sensibilidade à posição longitudinal da divergência:  
modelo ZV-1A



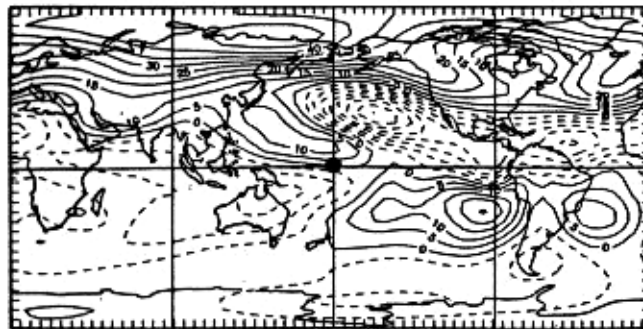


# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Sensibilidade à posição longitudinal da divergência:  
modelo ZV-4

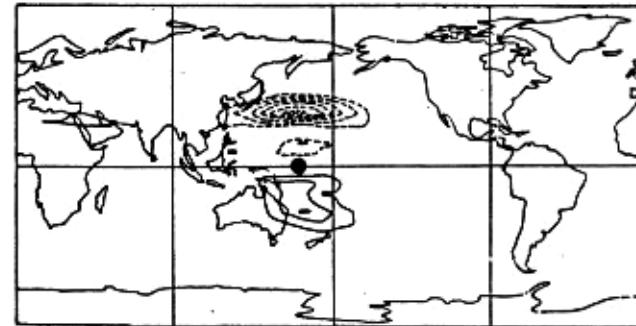


(e)

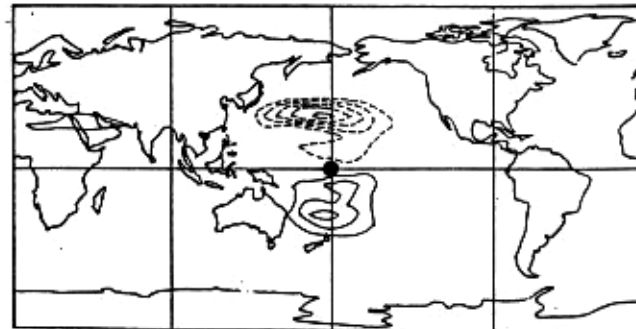


(f)

Função corrente anômala  $\psi'$  obtida com o modelo ZV-4, para divergência anômala centrada no equador e (e)  $180^\circ\text{E}$ , (f)  $180^\circ\text{W}$ , (g)  $160^\circ\text{W}$ , (h)  $140^\circ\text{W}$ . Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$ .



(i)

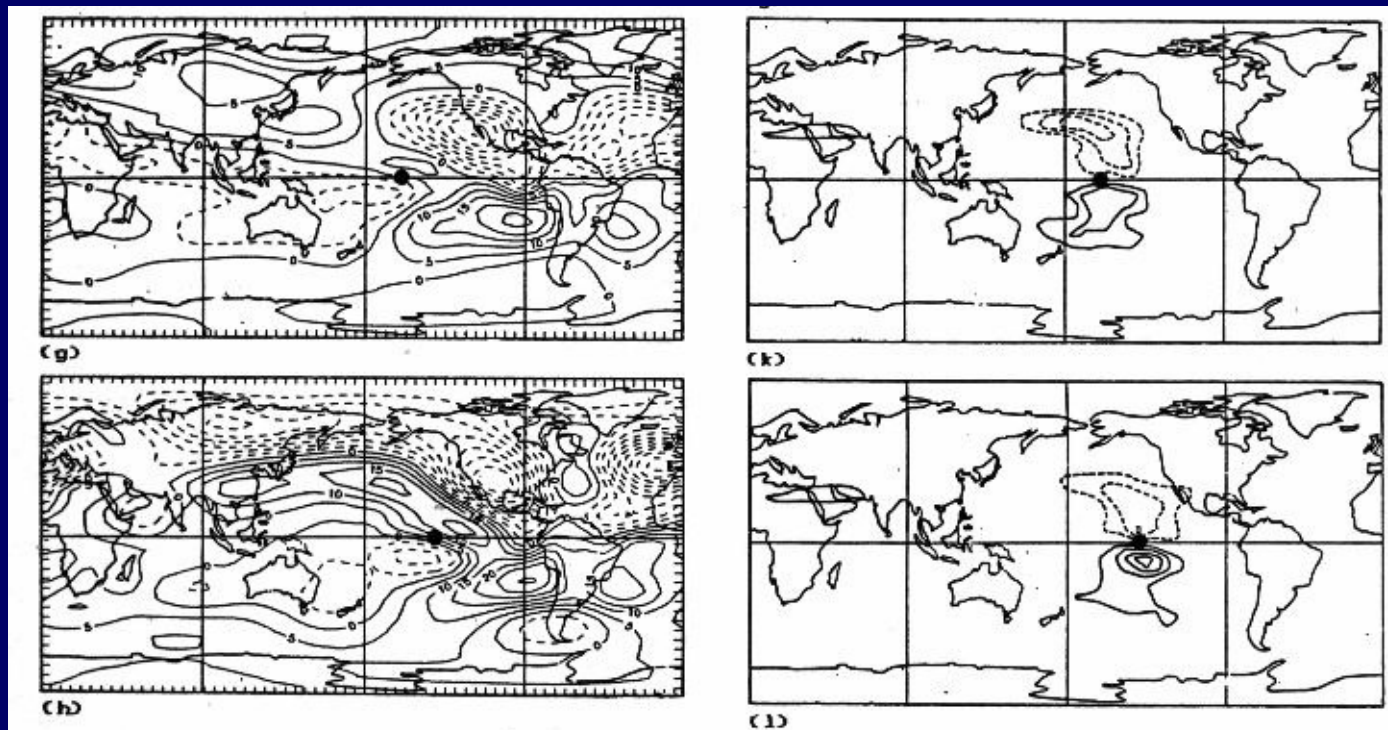


(j)

Parcela constante da forçante  $F'$  para o modelo ZV-4, para divergência anômala centrada no equador e (i)  $180^\circ\text{E}$ , (j)  $180^\circ\text{W}$ , (k)  $160^\circ\text{W}$ , (l)  $140^\circ\text{W}$ . Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ .

# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Sensibilidade à posição longitudinal da divergência:  
modelo ZV-4



Função corrente anômala  $\psi'$  obtida com o modelo ZV-4, para divergência anômala centrada no equador e (e)  $160^\circ\text{E}$ , (f)  $180^\circ$ , (g)  $160^\circ\text{W}$ , (h)  $140^\circ\text{W}$ . Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ .

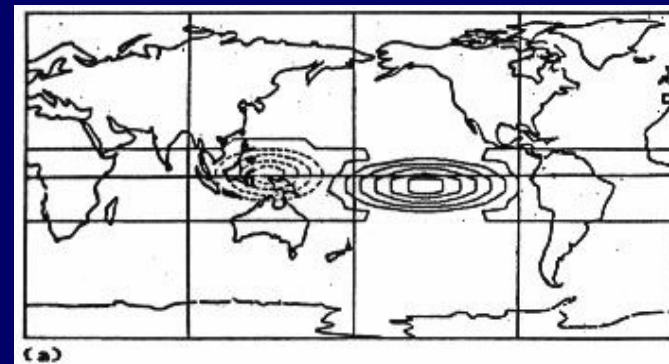
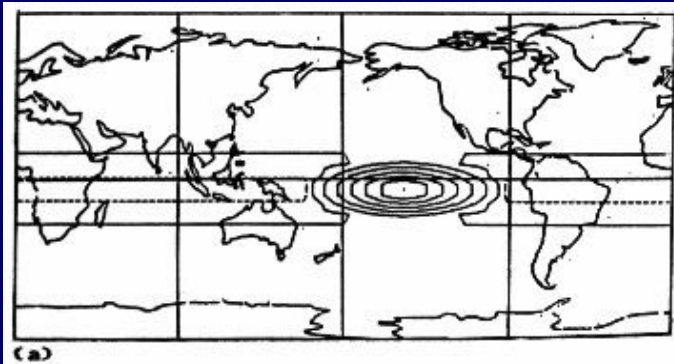
Parcela constante da forçante  $F'$  para o modelo ZV-4, para divergência anômala centrada no equador e (i)  $160^\circ\text{E}$ , (j)  $180^\circ$ , (k)  $160^\circ\text{W}$ , (l)  $140^\circ\text{W}$ . Intervalo entre isolinhas:  $5 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$ .



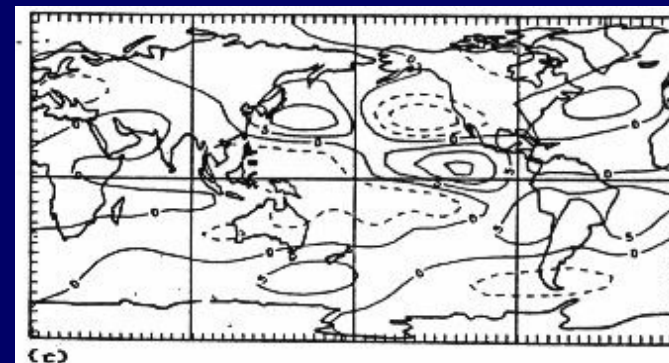
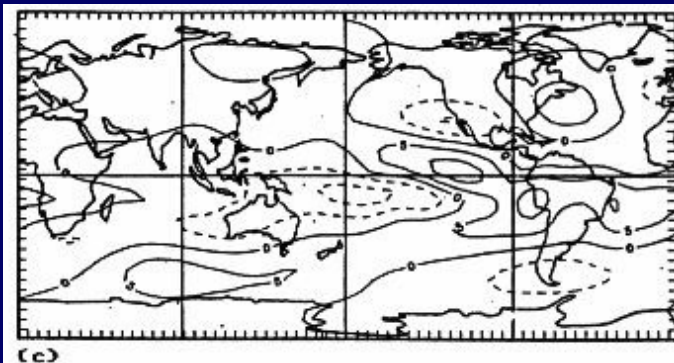
# Testes com Modelos Barotrópicos

♣ Sensibilidade à composição da divergência anômala:

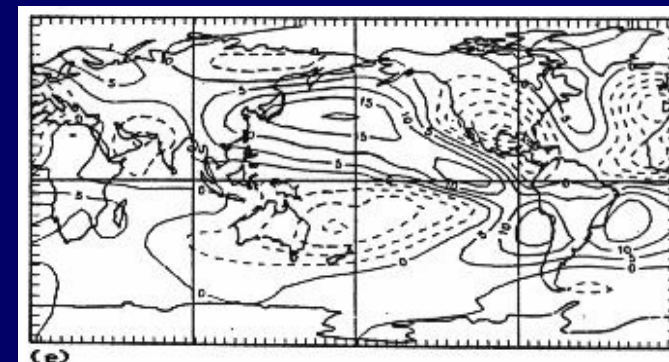
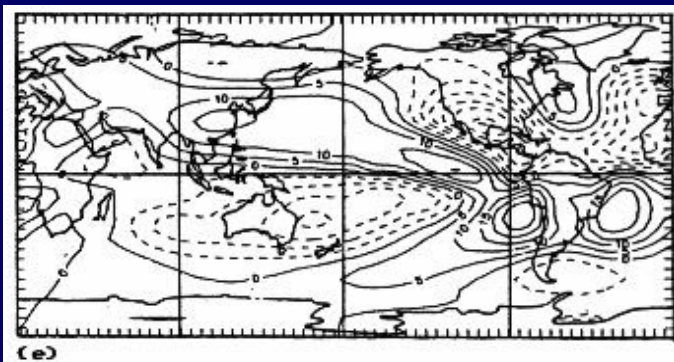
D'



ZV-1A



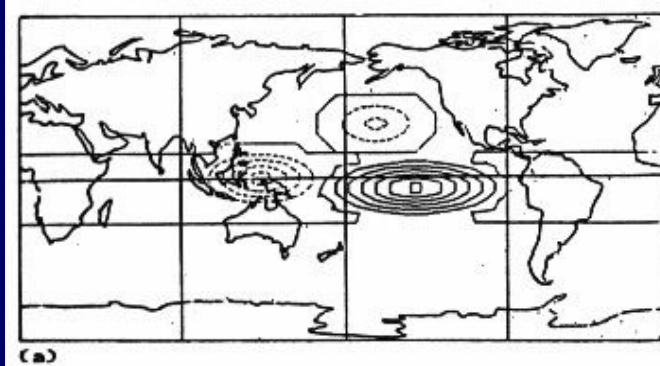
ZV-4



# Testes com Modelos Barotrópicos

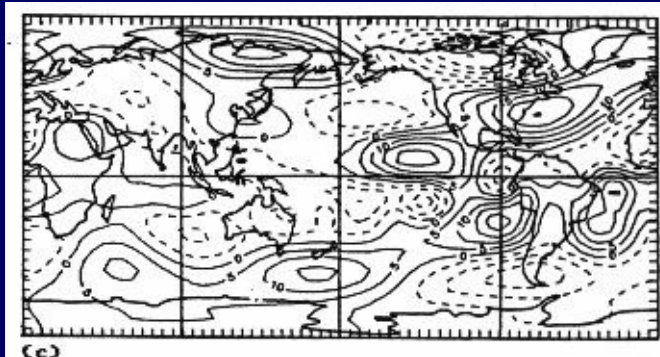
♣ Sensibilidade à composição da divergência anômala:

$D'$

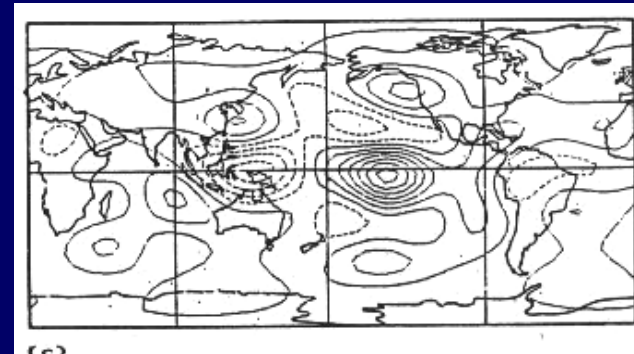


Campos observados fev.83

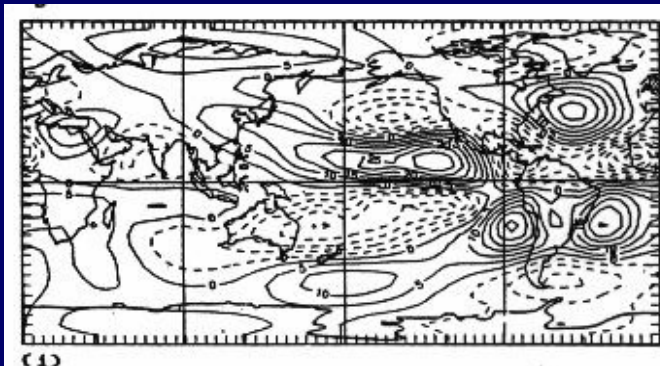
ZV-1A



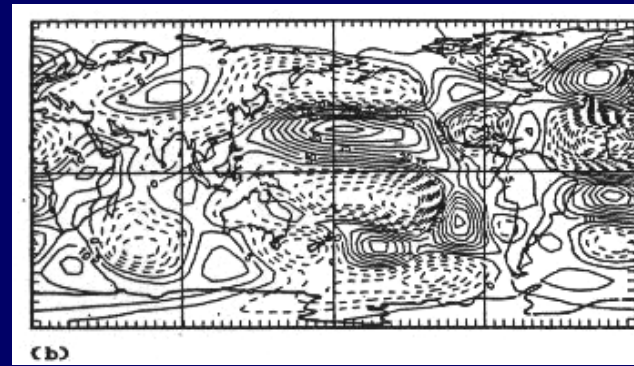
$D'$



ZV-4



$\psi'$



# Testes com Modelos Barotrópicos

## ♣ Conclusões:

- ❑ A formulação mais completa da forçante, embora importante para a resposta, não explica a insensibilidade da resposta extratropical ao deslocamento da divergência anômala. Há certa insensibilidade apenas no Pacífico Oeste, devido à parcela subtropical da forçante ( $F_2$ ).
- ❑ Também não houve excitação de modos preferenciais que se mantivessem constantes com o deslocamento da fonte. Na realidade, não há modo preferencial para  $\psi'$  que se mantenha constante com o deslocamento longitudinal da divergência anômala, mas há uma localização preferencial na convergência compensatória.
- ❑ A sugestão de B85, de que a convergência anômala sobre a Indonésia (mais fixa) é mais importante para a resposta extratropical não combina com os resultados do modelo mais completo (conforme experimentos a seguir).



# Testes com Modelos Barotrópicos

## ♣ Conclusões:

- ❑ A convergência subtropical no Pacífico Norte é essencial para que se produza com o modelo mais completo o padrão ciclônico no Pacífico Norte.
- ❑ Dificilmente será possível montar, por tentativas, campos idealizados de divergência anômala tropical que produzam campos observados, pois configurações aparentemente insignificantes podem ter grande impacto sobre a solução.
- ❑ É essencial a especificação adequada dos padrões anômalos de divergência e convergência, em princípio igualmente importantes para a resposta, não apenas na faixa equatorial, mas também nas zonas subtropicais. Então, deve-se conhecer a convergência anômala associada à divergência anômala.
- ❑ Outro enfoque: ao invés de tentar combinações de divergência anômala para estudar seu efeito, determinar qual divergência produz determinado padrão de  $\psi'$ .

# Funções de Influência

## ♣ Funções de Influência ou funções de Green:

□ Um dos métodos para construir a solução de uma equação diferencial linear não homogênea é representá-la como uma integral da sua função de Green.

Suponhamos, uma equação diferencial não-homogênea, do tipo:

$$Ly(x) = f(x)$$

onde, por exemplo:

$$L = \frac{d^2}{dx^2} + p_1(x) \frac{d}{dx} + p_0(x)$$

A função de Green  $G(x,a)$  associada a esta equação é a função que satisfaz:

$$LG(x,a) = \delta(x,a)$$

ou:

$$G(x,a) = L^{-1}[\delta(x,a)]$$

onde  $\delta(x,a)$  é a função Delta de Dirac, definida pelas propriedades:

$$\delta(x,a) = 0, \text{ para } x \neq a$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x,a) dx = 1$$

Delas decorre:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x,a) f(x) dx = f(a)$$

Portanto,  $G(x,a)$  é a solução da equação em  $x$  para uma forçante concentrada em  $a$ , ou...



# Funções de Influência

A Função de Green  $G(x,a)$  relativa ao ponto  $x$  tem em cada ponto  $a$  valor igual à solução da equação em  $x$  para uma forçante concentrada em  $a$ .

Se  $G(x,a)$  é conhecida, a solução de  $Ly(x)=f(x)$  pode ser representada por:

$$y(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(a)G(x,a)da$$

É fácil ver que esta é uma solução, pois:

$$\begin{aligned} Ly(x) &= L \int_{-\infty}^{+\infty} f(a)G(x,a)da \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(a)LG(x,a)da \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(a)\delta(x,a)da \\ &= f(x), \text{ pela 3a. propriedade e.} \end{aligned}$$

Como calcular analiticamente a função de Green? A partir das soluções da equação homogênea correspondente.

(Ver, por exemplo:

Butkov, E.: Física Matemática.

Bender, C.M. e S.A. Orszag: Advanced mathematical methods for scientists and engineers.

# Funções de Influência

## ♣ Análise de teleconexões através de Funções de Influência

❑ **Objetivo:** Obter indicações sobre a distribuição de anomalias de aquecimento tropical que forçam certas anomalias de circulação de baixa frequência.

❑ **Modelo:**

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial t} + \bar{V}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \bar{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} + \bar{V}_{\chi} \cdot \nabla \zeta' + \zeta' \bar{D} - A' = F'$$

onde:

$$F' = -\bar{\zeta} D' - \bar{V}_{\chi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} = RD'$$

operador linear

A versão estacionária do modelo, com  $\partial \zeta' / \partial t = 0$ , é:

$$\bar{V}_{\psi} \cdot \nabla \zeta' + \bar{V}_{\psi}' \cdot \nabla \bar{\zeta} + \bar{V}_{\chi} \cdot \nabla \zeta' + \zeta' \bar{D} - A' = F' \quad \text{onde: } \zeta' = \nabla^2 \psi$$

de modo que a versão estacionária pode ser abreviada para:

operador linear

$$L \psi'(\lambda, \phi) = F'(\lambda, \phi)$$

A Função de Green deste problema é tal que:

$$LG(\lambda, \phi, \lambda', \phi') = \delta(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$$

ou:

$$G(\lambda, \phi, \lambda', \phi') = L^{-1}[\delta(\lambda, \phi, \lambda', \phi')]$$

de modo que:

$$\int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} G(\lambda, \phi, \lambda', \phi') F'(\lambda', \phi') \cos \phi' d\phi' d\lambda' = L^{-1}[F'(\lambda, \phi)] = \psi'(\lambda, \phi)$$

Portanto, a Função de Green do modelo,  $G(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$ , relativa a um ponto  $(\lambda, \phi)$  tem em cada ponto  $(\lambda', \phi')$  valor igual à resposta do modelo no ponto  $(\lambda, \phi)$  a uma forçante concentrada em  $(\lambda', \phi')$ . Assim, permite identificar os pontos  $(\lambda', \phi')$  onde a forçante é mais eficiente em produzir resposta rotacional em  $(\lambda, \phi)$ .

# Funções de Influência

## ♣ FI p/ fontes de vorticidade ou fontes de divergência

### ❑ Fontes de vorticidade (Branstator, 1985)

#### ❑ FI do problema:

$$L \psi'(\lambda, \phi) = F'(\lambda, \phi)$$

sem incluir em L efeitos da divergência do estado básico.

**Resultado:** FI que indicam as regiões onde as fontes de vorticidade tem o maior impacto sobre a circulação rotacional num dado ponto. Não são diretamente aplicáveis à análise de fontes de calor tropicais mais eficientes em produzir dadas anomalias rotacionais.

### ❑ Fontes de divergência (Nossa proposta)

#### ❑ FI do problema:

$$M \psi'(\lambda, \phi) = D'(\lambda, \phi), \text{ onde } : M = R^{-1} L$$

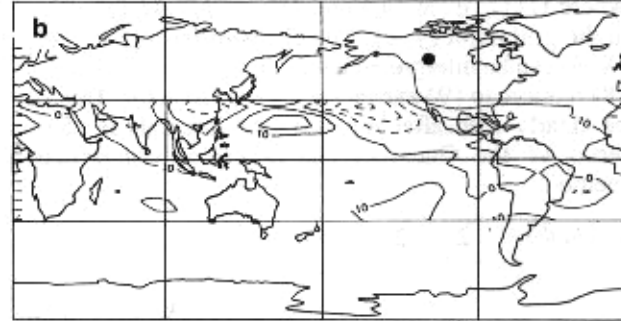
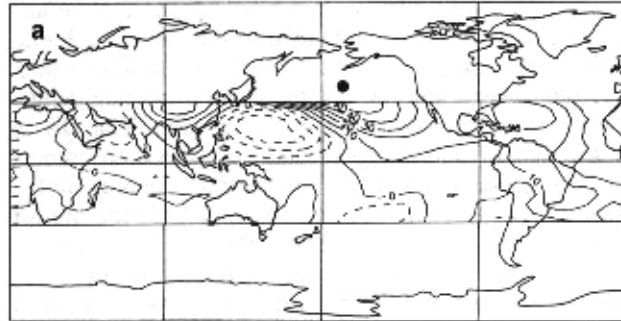
onde L inclui os efeitos da divergência do estado básico.

**Resultado:** FI que indicam as regiões onde a divergência anômala em altos níveis (que é diretamente relacionada ao aquecimento anômalo nos trópicos) é mais eficiente em produzir resposta rotacional num dado ponto. São diretamente aplicáveis à análise de fontes de calor tropicais mais eficientes em produzir dadas anomalias rotacionais.

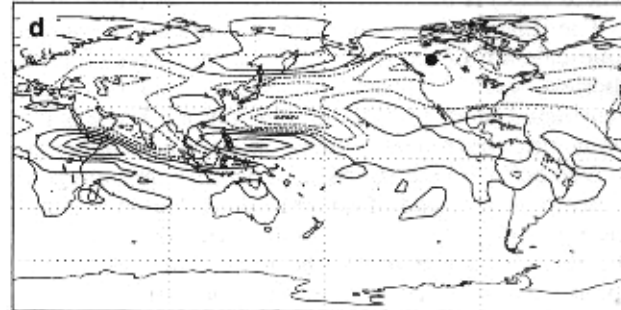
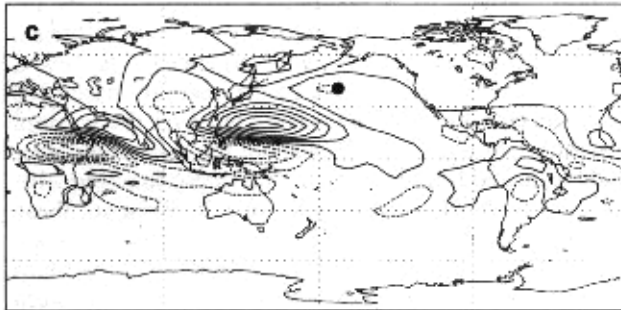
# Funções de Influência

♣ FI p/ fontes de vorticidade ou fontes de divergência

FI<sub>(D)</sub>



FI<sub>(v)</sub>



FI<sub>(v)</sub>

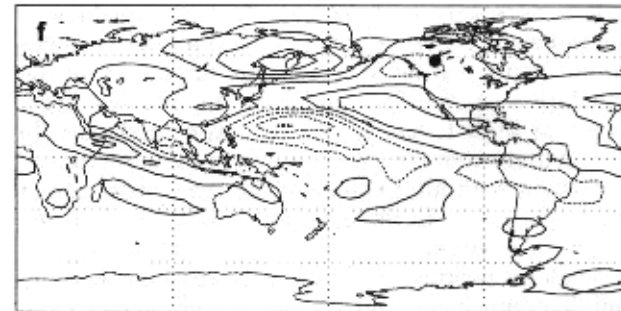
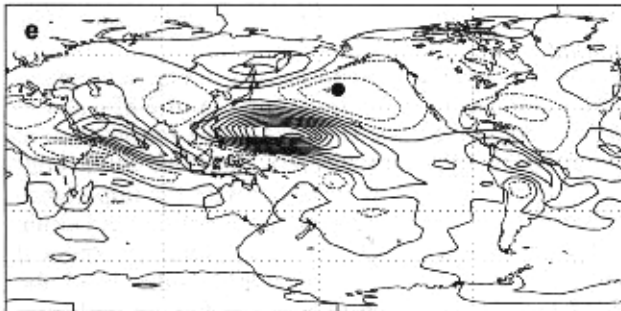


FIG. 1. Influence functions with the January basic state for target points at two PNA action centers: (a) and (b) influence functions based on divergence forcing; (c) and (d) influence functions based on vorticity sources, as in B85a; (e) and (f) influence functions based on vorticity sources, including the effects of the background divergence. The target points are indicated by black circles.

# Funções de Influência

## ♣ Determinação das Funções de Influência

□ É possível, em princípio, calcular  $G(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$ , a partir dos autovetores e autovalores da forma discreta do operador  $L$  (matriz) e seu adjunto, mas a abordagem adotada foi diferente, produzindo FI com propriedades próximas as de  $G(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$ . As FI foram obtidas das soluções estacionárias do modelo para divergência anômala pontual em cada ponto de grade. Esta divergência, antes da representação espectral truncada, é nula em todo o globo, exceto num ponto de grade.

□ Este método obtém  $G^*(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$ , que é a resposta do modelo em  $(\lambda, \phi)$  a uma divergência pontual unitária em  $(\lambda', \phi')$ .  $G^*(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$  é uma aproximação de  $G(\lambda, \phi, \lambda', \phi')$ . A divergência, neste caso, não é exatamente nula num domínio finito e sua integral não é unitária sobre o globo. A resposta a um campo qualquer de divergência anômala  $D'(\lambda', \phi')$  é, neste caso:

$$\psi'(\lambda, \phi) = \sum_{j=1}^{64} \sum_{k=1}^{32} G^*(\lambda, \phi, \lambda_j, \phi_k) D'(\lambda_j, \phi_k)$$

No caso da função  $G$ , tal resposta seria:

$$\psi'(\lambda, \phi) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi G(\lambda, \phi, \lambda', \phi') D'(\lambda', \phi') \cos \phi' d\phi' d\lambda'$$

que, reescrita em termos das quadraturas de Gauss no método espectral, fica:

$$\psi'(\lambda, \phi) = \sum_{j=1}^{64} \sum_{k=1}^{32} W(k) G(\lambda, \phi, \lambda_j, \phi_k) D'(\lambda_j, \phi_k)$$

onde  $W(k)$  é o peso gaussiano na latitude  $k$ . Portanto,  $G$  e  $G^*$  só diferem por um fator constante em cada latitude.

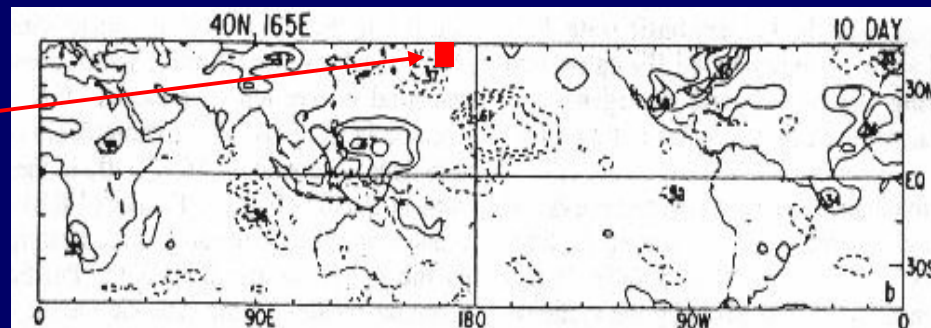


# Comparação com observações

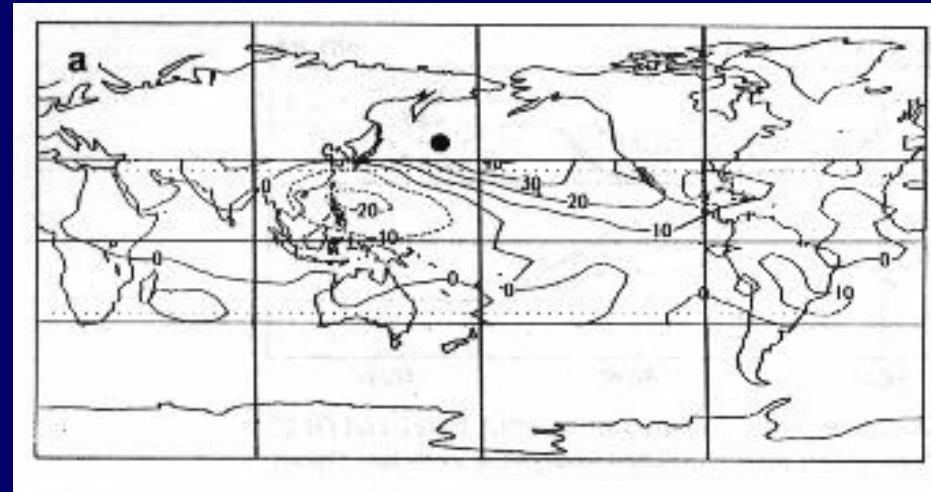
## ♣ Escalas de tempo intrasazonais

### ☐ Pacífico

OLR<sub>x</sub>  
 $h_{500mb}$



Função de  
Influência



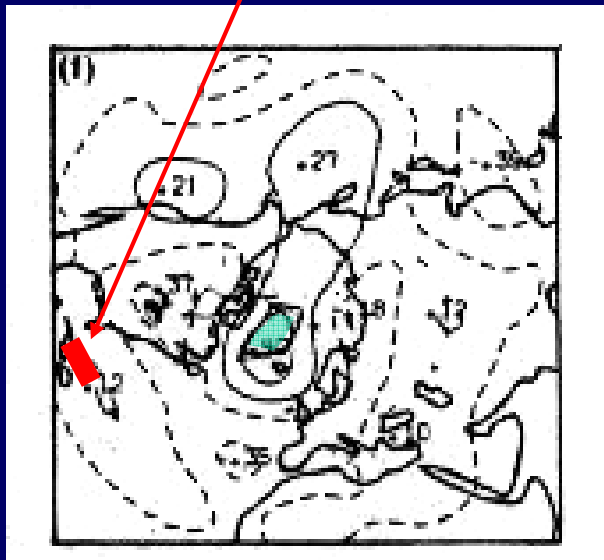
Cavado (circ. ciclônica) no Pacífico Central Norte está associado com  $ROL < 0$  no Pacífico tropical oeste e  $ROL > 0$  no Pacífico Central subtropical norte. Muita fraca a correlação com  $ROL$  no Pacífico leste equatorial (Liebmann e Hartmann, 1984).

# Comparação com observações

## ♣ Escalas de tempo intrasazonais

### □ Atlântico

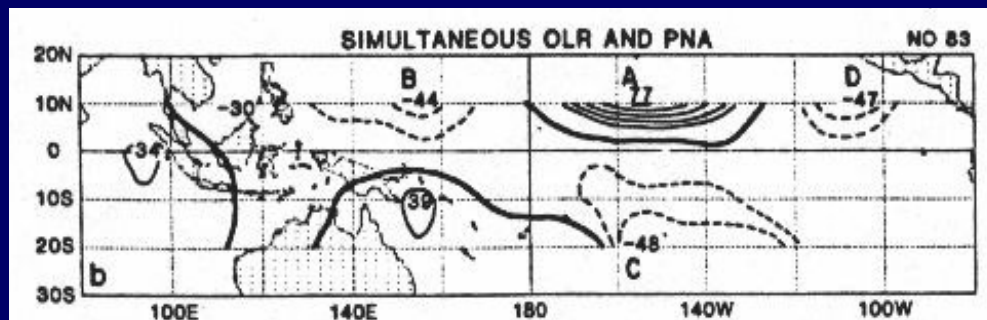
OLR  $\times$   $h_{500mb}$



# Comparação com observações

## ♣ Escalas de tempo interanuais

### □ Padrão PNA



As mais significativas regiões de influência para os centros do PNA estão nos subtrópicos do Pacífico norte, consistentes com as regiões de maior correlação entre o PNA e OLR em Livezey e Mo (1987). Estas regiões, para escalas interanuais, são consistentes com as obtidas para escalas intrasazonais por Liebmann e Hartmann (1984), embora para escalas interanuais as correlações a leste da linha de data são mais fortes. Para o 3º centro do PNA, parece ter mais importância forçamento no Pacífico leste subtropical (área D) e no Pacífico Sul (área C), indicando conexão inter-hemisférica.

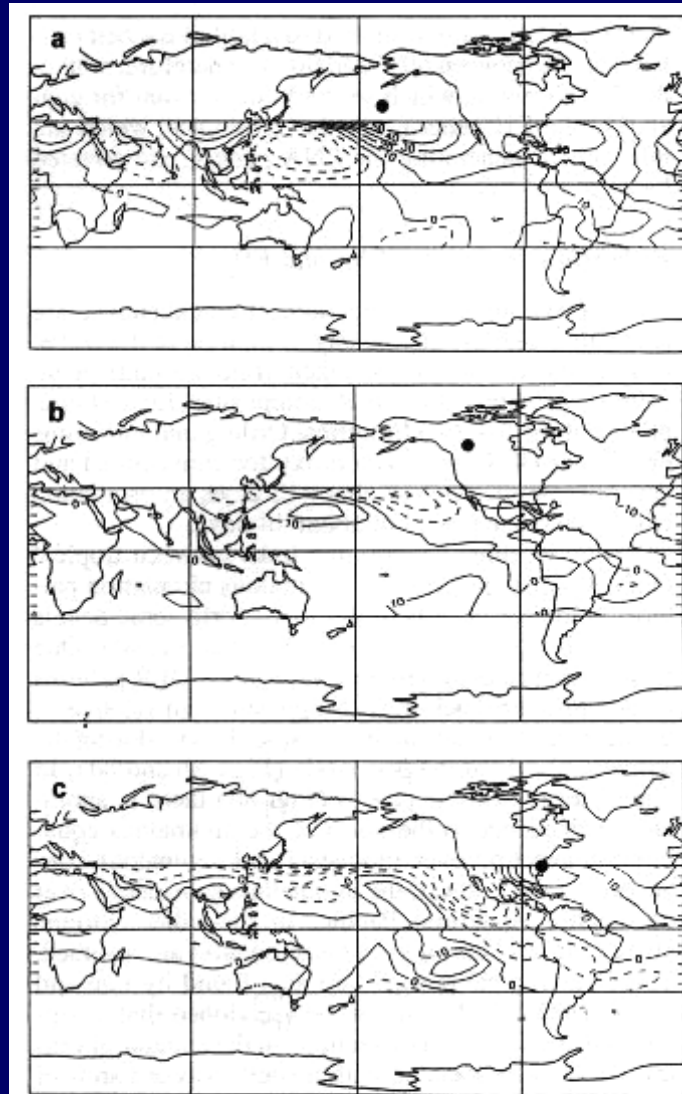
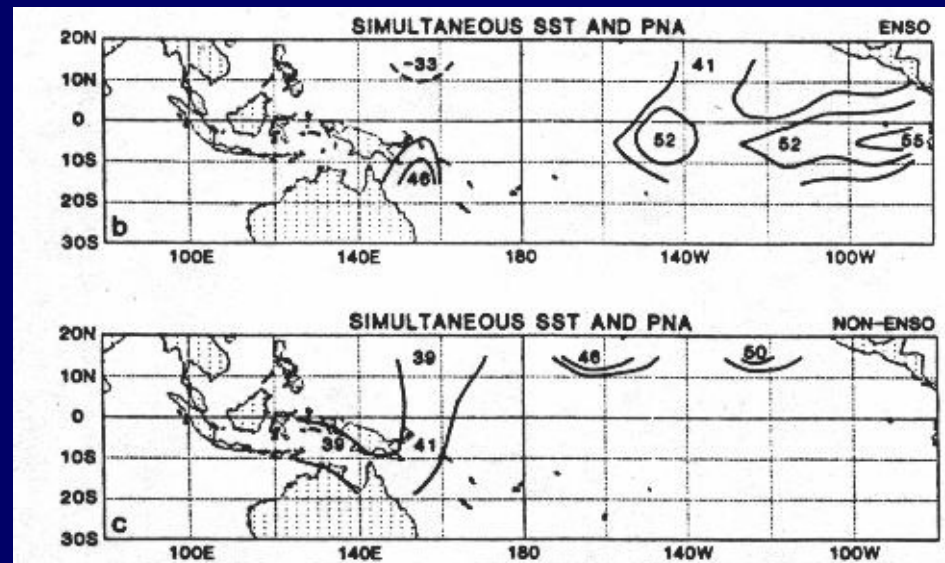


FIG. 5. (a)–(c) Influence functions with the January basic state for target points at the action centers of the Pacific–North America pattern (PNA), indicated by black circles.

# Comparação com observações

## ♣ Escalas de tempo interanuais

### □ Padrão PNA

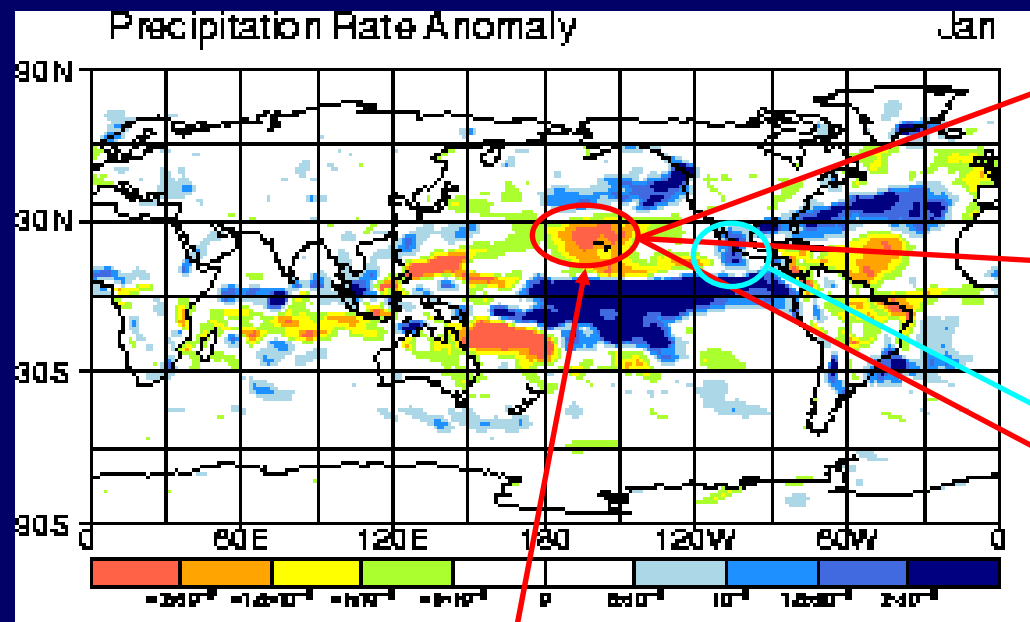


O sinal na região A indica causa nos casos ENOS, via convergência/subsidência compensatória, quando não há sinal de TSM em A e o sinal em B é negativo. O sinal em B indica causa nos casos não-ENOS, quando há convecção anômala no Pacífico Oeste e subsidência no Pacífico subtropical leste, como durante fase da Oscilação de 30-60 dias. Portanto, em escalas interanuais, o Pacífico subtropical norte parece mais importante, enquanto o Pacífico oeste parece ter papel dominante em escalas intrasazonais.

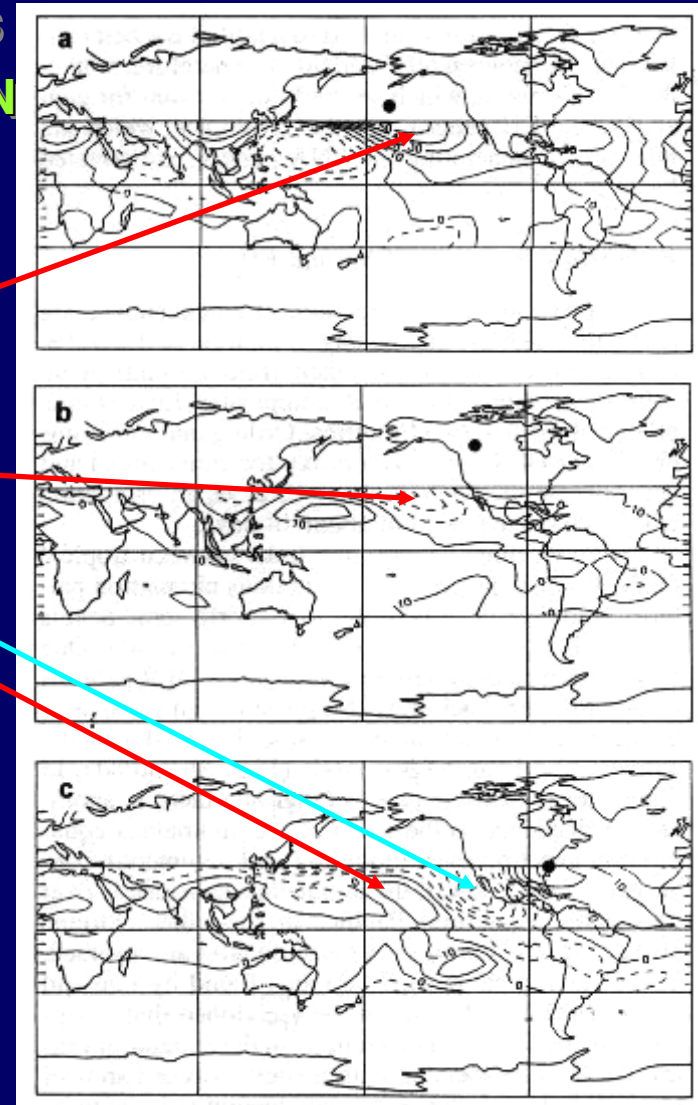
# Aplicações das FI

♣ Origem de padrões de teleconexões

□ PNA (Pacific-North American) - Inverno do HN



Os padrões de aquecimento anômalo observados durante o inverno do HN e as Funções de Influência sugerem que durante ENOS o aparecimento do PNA é devido principalmente à subsidência nos subtrópicos do Pacífico central-leste ao norte do equador.

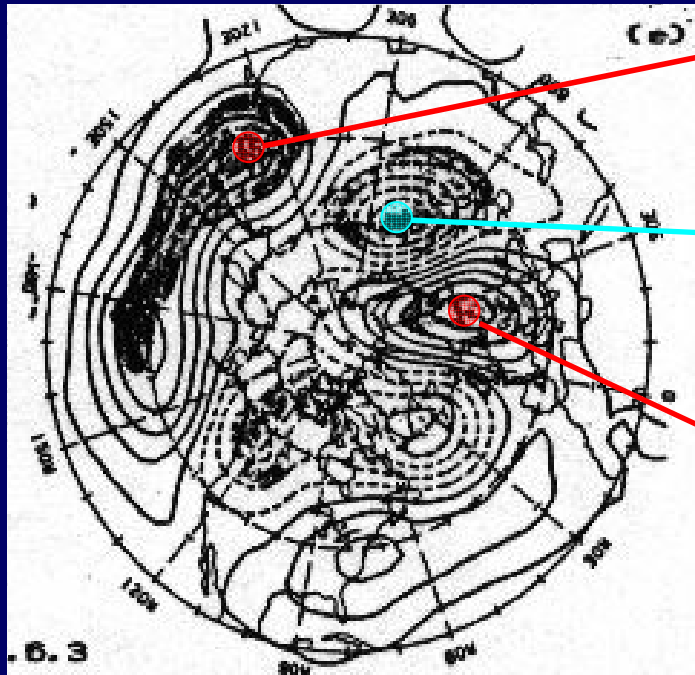




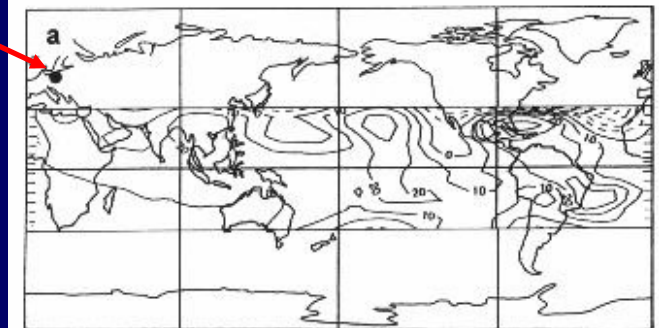
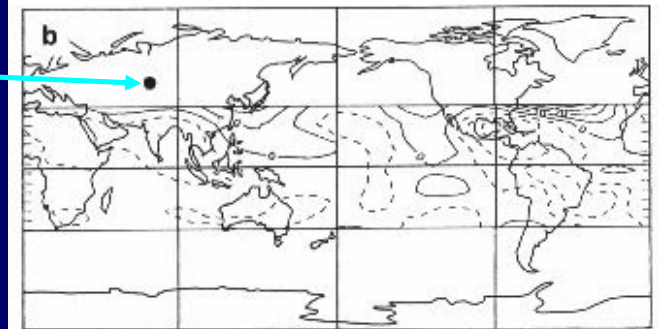
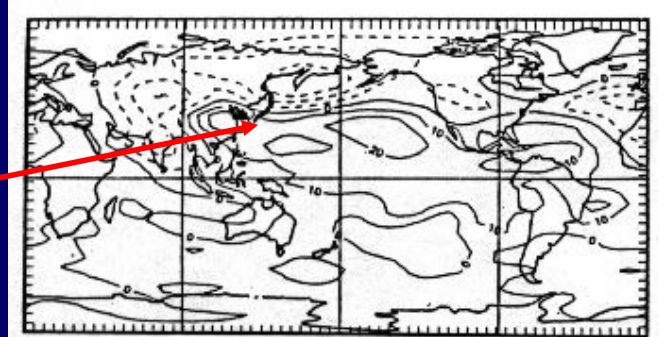
# Aplicações das FI

♣ Origem de padrões de teleconexões

□ EU (Eurasia)- Inverno do HN



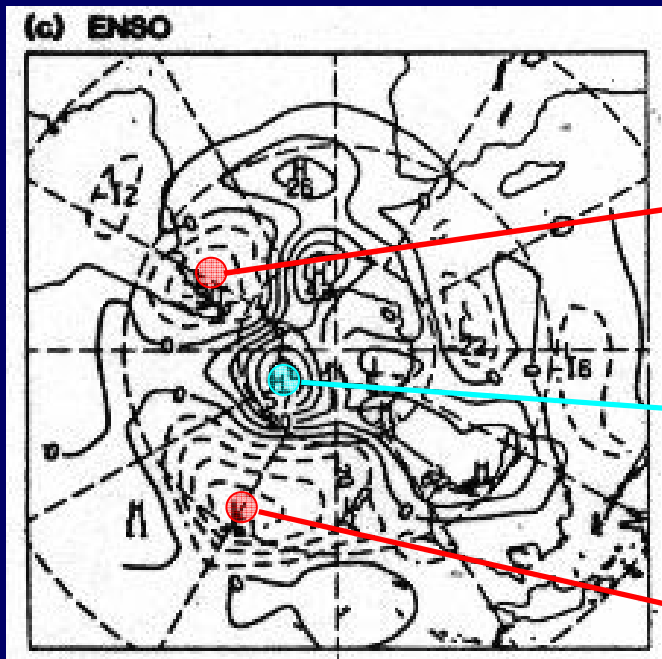
O padrão EU pode ser dividido em duas partes: a parte oeste consiste num trem de ondas sobre a Eurasia e a parte leste é similar à fase negativa do PNA, com o qual o EU pode aparecer simultaneamente.



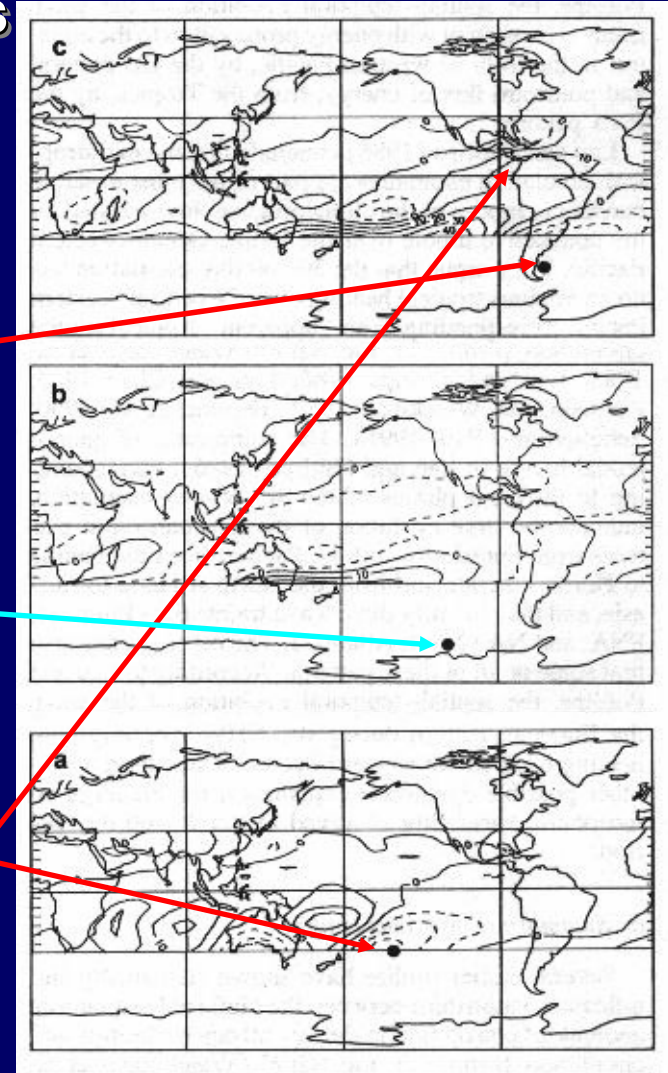
# Aplicações das FI

♣ Origem de padrões de teleconexões

□ PSA - Inverno do HS



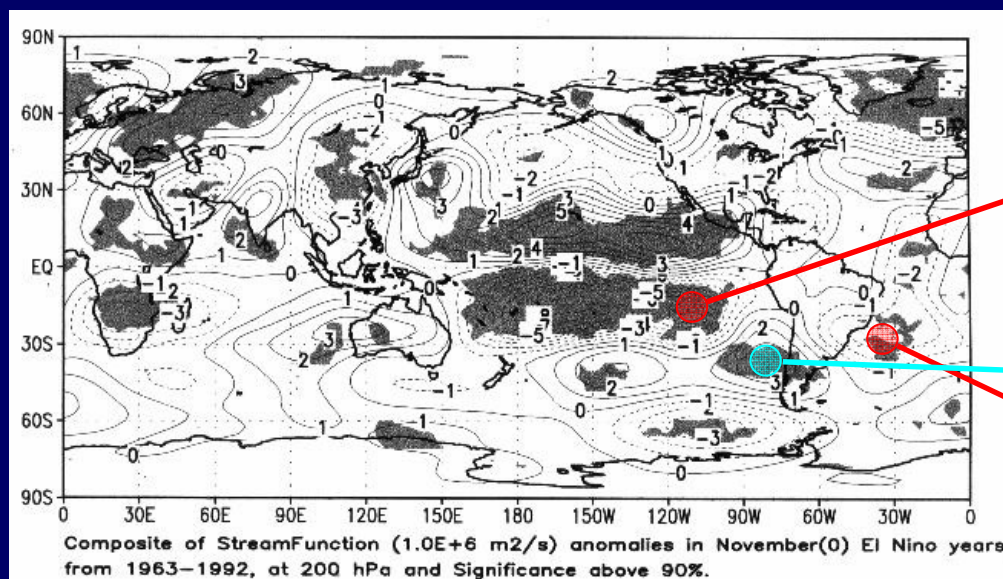
O PSA é quase uma imagem simétrica do PNA, e as suas FI mantém anti-simetria com os do PNA para o inverno do HN, sugerindo a importância da forçante subtropical. Assim como o 3º centro do PNA, o 3º centro do PSA também está mais associado ao Pacífico leste. Provoca mais chuva no Chile.



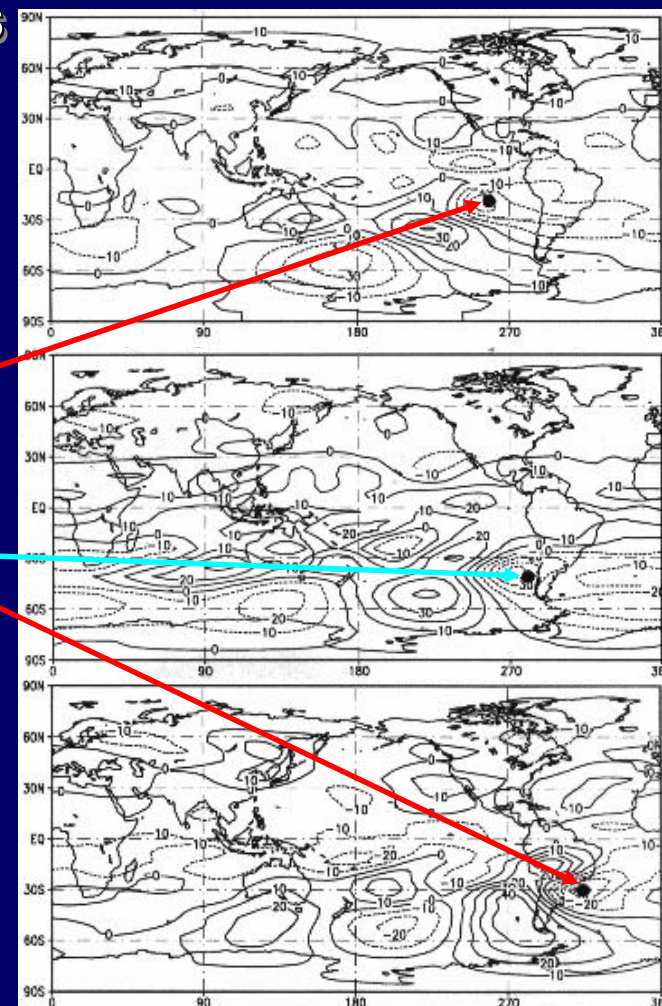
# Aplicações das FI

♣ Origem de padrões de teleconexões

▣ Padrão ENOS de primavera na AS



O impacto mais forte de ENOS no sudeste da AS ocorre em novembro. Neste mês, um trem de onda se estende do Pacífico leste sobre a AS subtropical, fortalecendo o jato subtropical e produzindo um par ciclone/anticiclone.

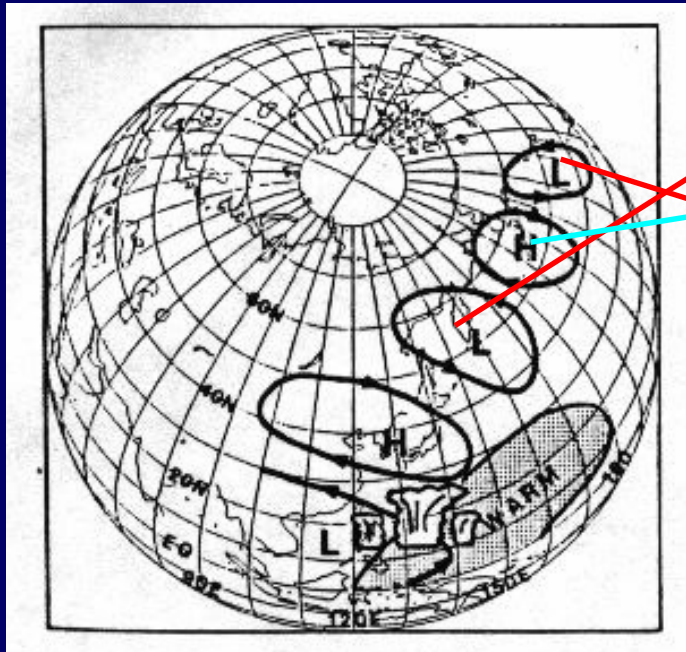




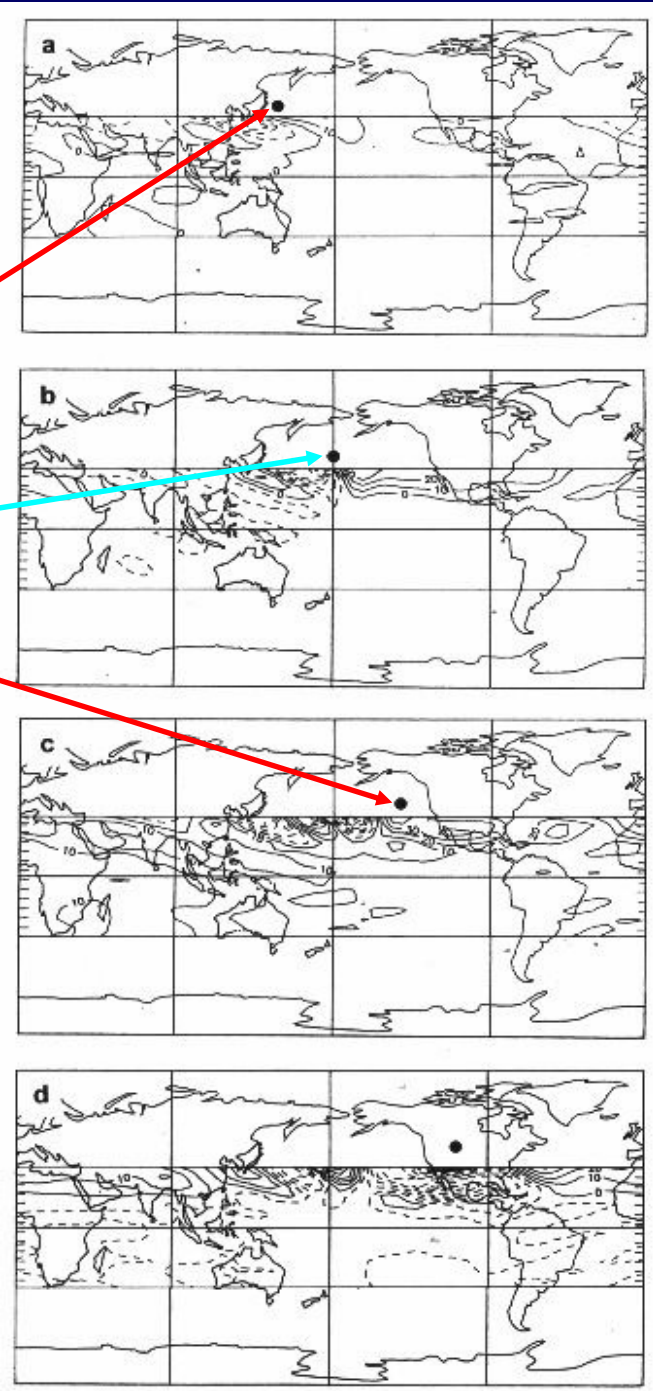
# Aplicações das FI

♣ Origem de padrões de teleconexões

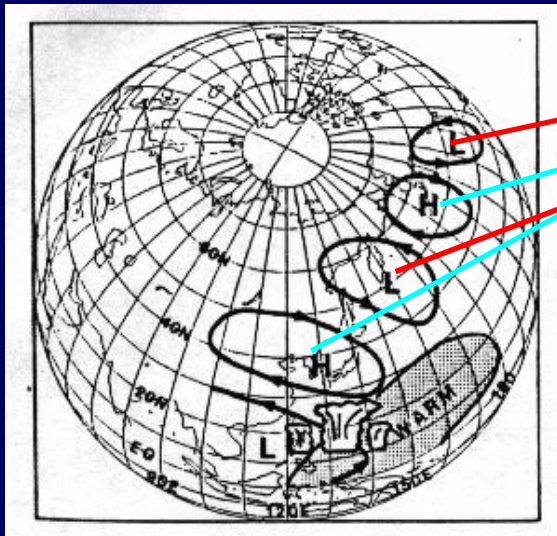
▣ Padrão de verão do HN



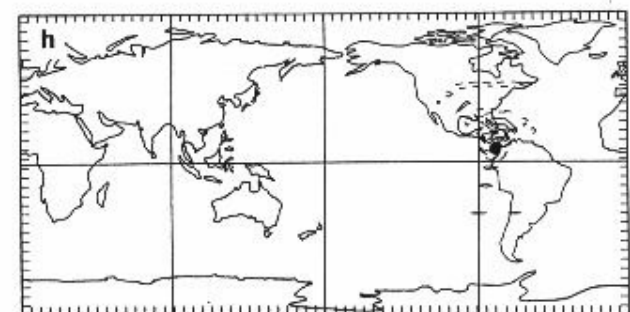
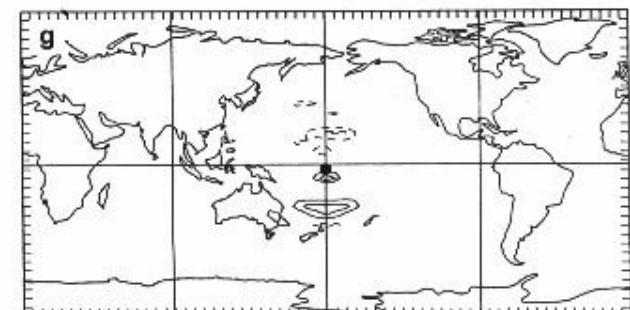
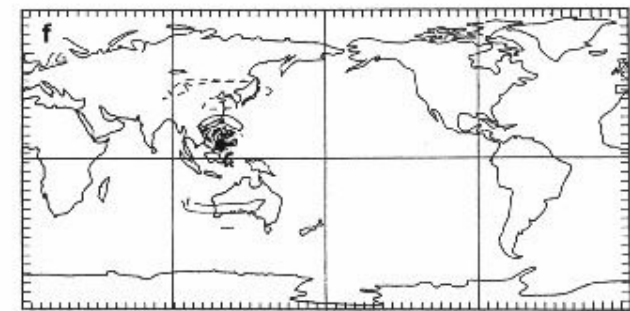
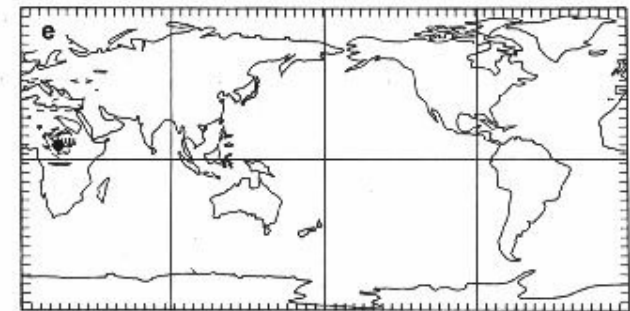
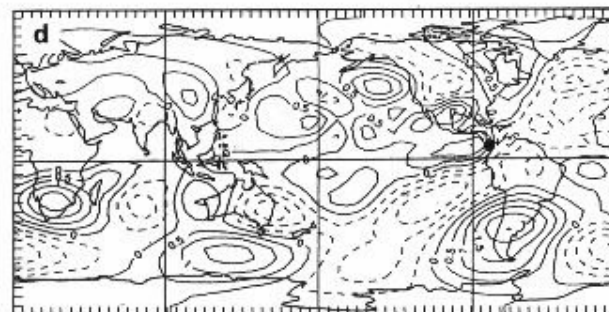
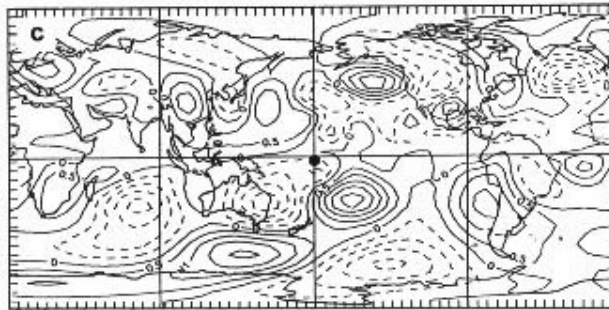
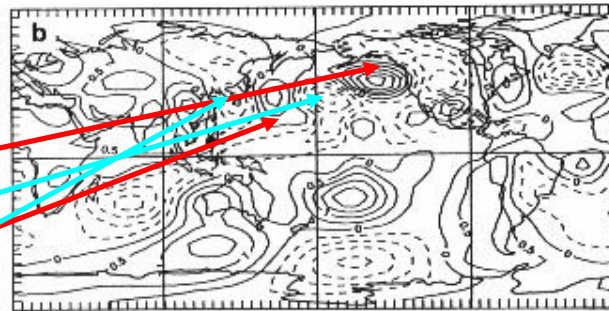
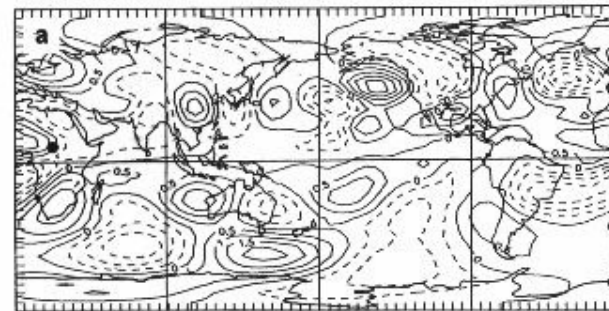
Padrão possivelmente excitado a partir de convecção tropical, mas com forte contribuição da instabilidade do estado básico, pois pode ser excitado por fonte de calor tropical em qualquer longitude. Há região tropical de maior influência no Pacífico oeste, o que concorda com alguns estudos prévios.



## ❑ Padrão de verão do HN



O padrão resultante é pouco sensível à longitude da forçante tropical, embora a resposta seja maior à forçante no Pacífico oeste. A fonte de ondas de Rossby é diferente em cada posição, reforçando a hipótese de de modo preferencial, o que concorda com as simulações com ruído branco inicial.



$\psi'$

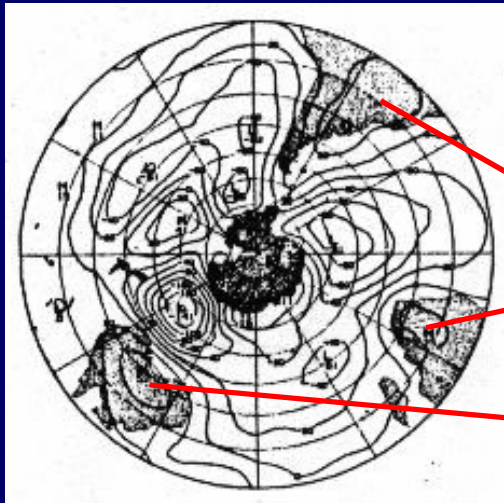
Fonte



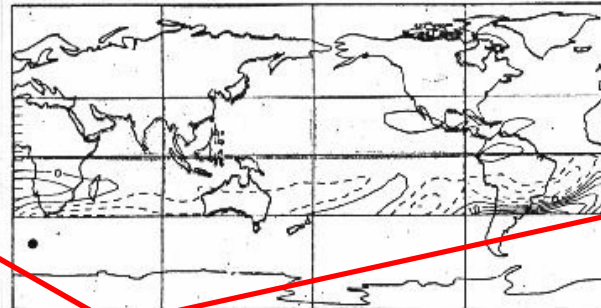
# Aplicações das FI

## ♣ Origem de padrões de teleconexões

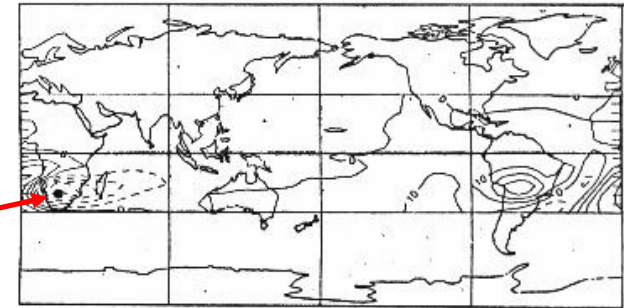
### □ Padrão de verão do HS



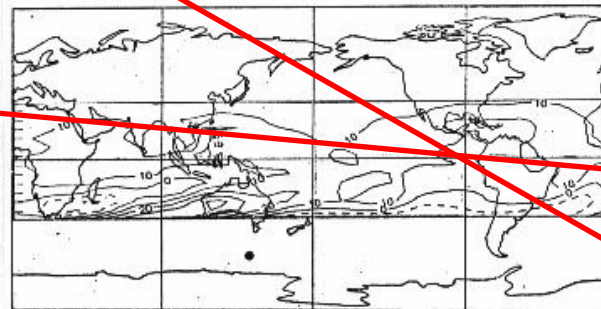
Padrão composto por dipolos sobre os continentes e os oceanos ao sul. Influência das anomalias de convecção na faixa subtropical de um continente sobre o outro, de oeste para leste? (Mo e White, 1985)



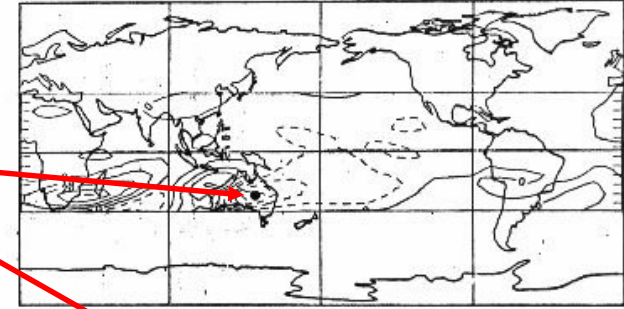
(a)



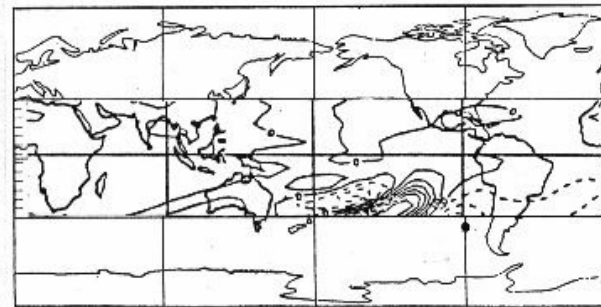
(b)



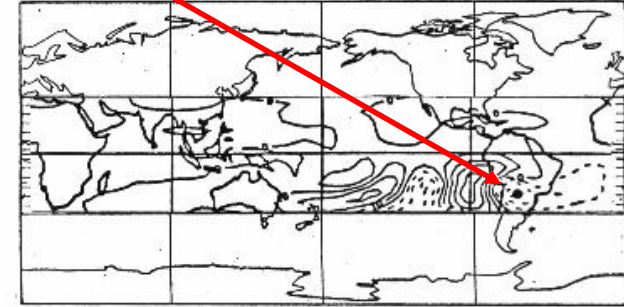
(c)



(d)



(e)



(f)

# Aplicações das FI

## ♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

### □ Teleconexões envolvidas

As composições de circulação atmosférica associada a diferentes fases da OMJ mostram a evolução dos padrões sobre a Eurásia em direção ao Pacífico, do Pacífico para a América do Norte e do Atlântico Norte para a Eurásia, envolvendo três padrões: EU, PNA e NA (North Atlantic). Lau e Phillips (1986) atribuem a modos instáveis, porque não haveria fontes tropicais para PNA e NA.

Lau e Phillips (1986)

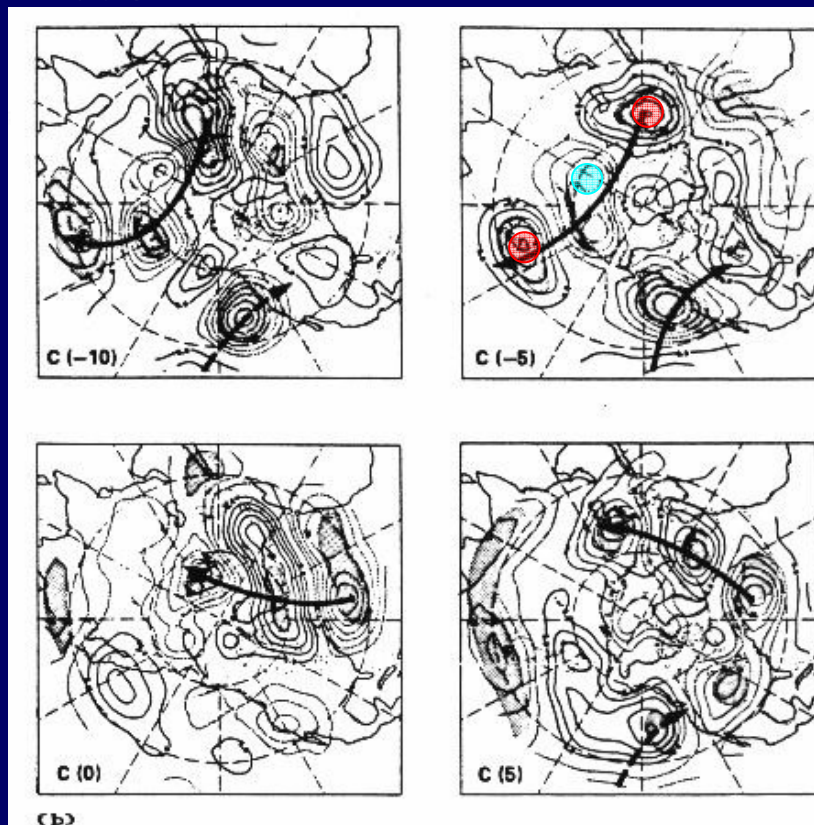
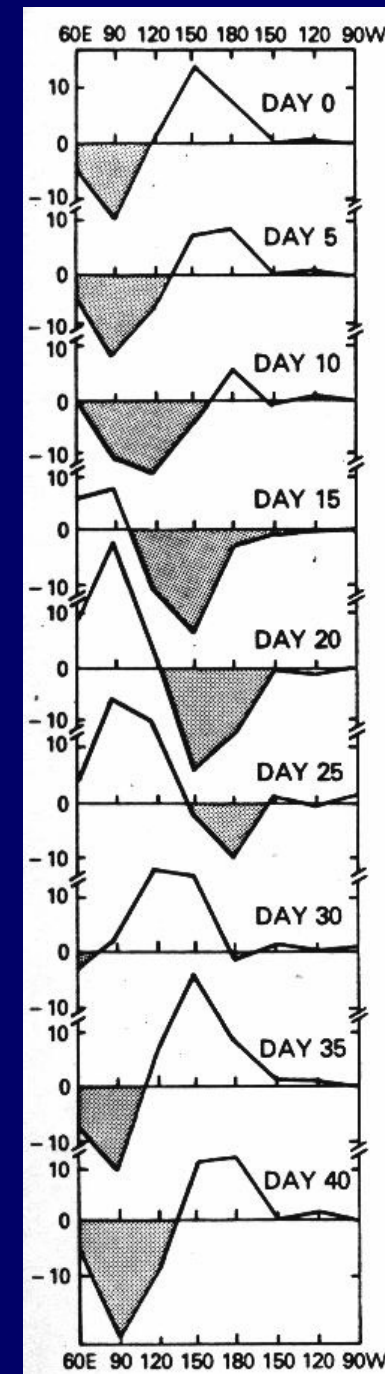


Fig. 7.6. (a) Reconstrução, a partir do 1º modo da análise de FEO, de uma sequência típica de convecção equatorial associada com a oscilação de 30-60 dias. Unidades em  $W/m^2$ . (figura 13 de Lau e Phillips, 1986) (b) Sequência de composições mostrando a evolução da altura geopotencial extratropical associada com variações da convecção equatorial. Áreas que excedem o nível de 95% de significância local são sombreadas. Intervalo entre isolinhas: 5m. (figura 14 de Lau e Phillips, 1986)





# Aplicações das FI

♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

□ Teleconexões envolvidas

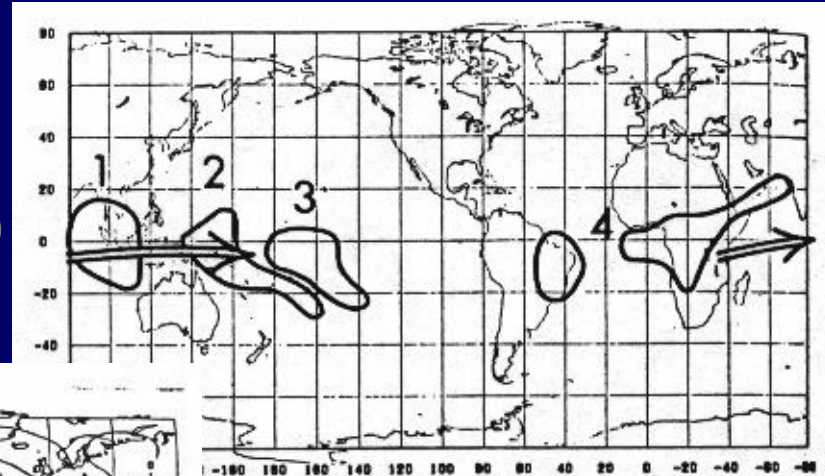


Fig.7.4

evolução de ROL para a oscilação de 30-60  
verno do HN. Um ciclo de nebulosidade vai  
2, para 3, para 4 e para 1. Anomalias de  
e 2/4 tendem a estar fora de fase. (figura  
mann et al., 1985)

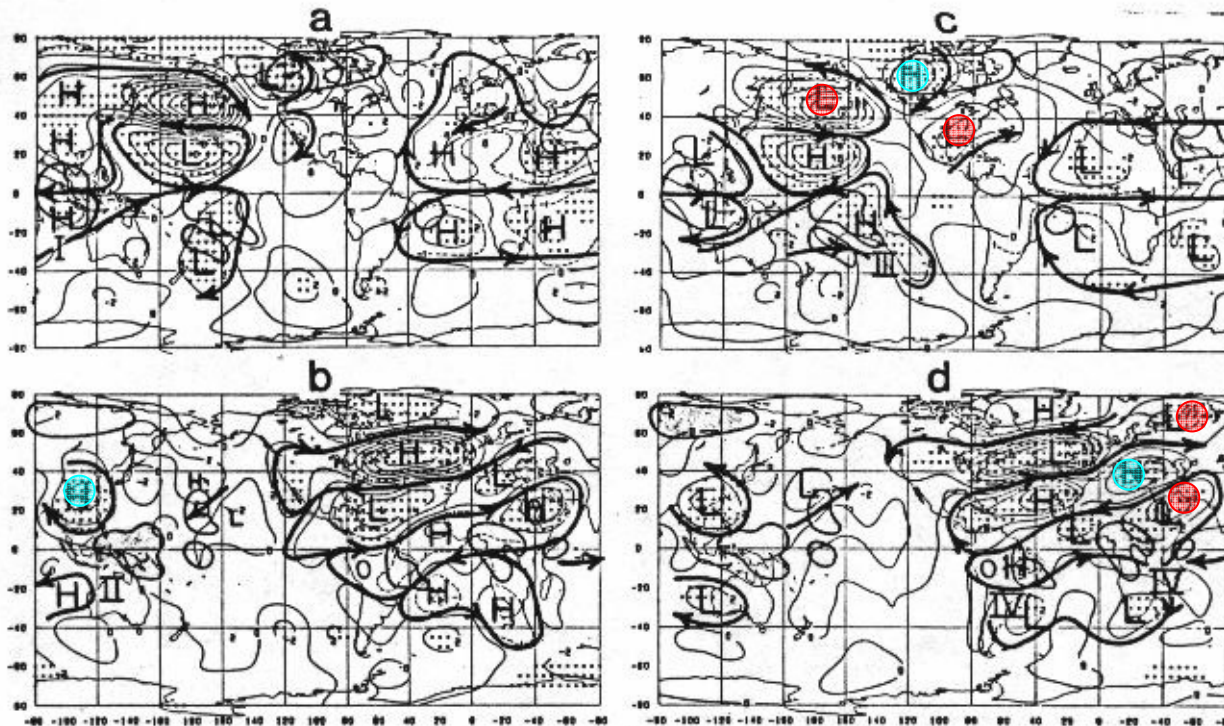


Fig.7.5

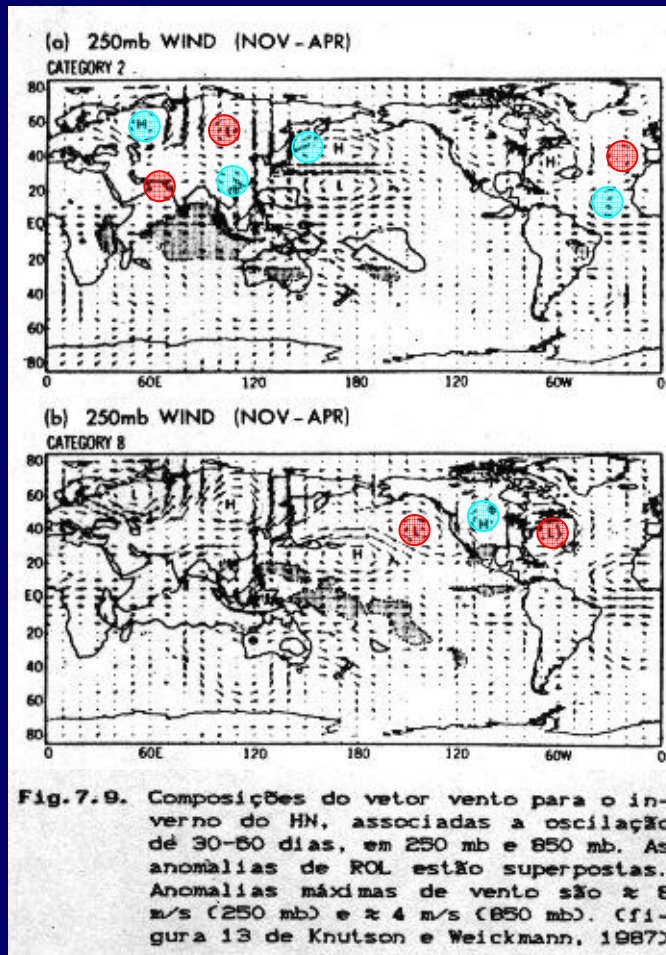
Aspectos do ciclo de vida da oscilação de 30-60 dias, durante o inverno do HN. O tempo evolue de a para b, para c, para d e para a. Os painéis individuais representam composições de função corrente anômala para: (a) índice PAC negativo, (b) índice ATL negativo, (c) índice PAC positivo, (d) índice ATL positivo. Intervalo entre isolinhas:  $20 \times 10^6 \text{ m}^2/\text{s}$ ; isolinhas intermediárias na região da África são tracejadas. Linhas cheias espessas em a-d englobam regiões de nebulosidade anômala acentuada (pontilhada) ou suprimida (clara). As linhas cheias espessas com setas são linhas de corrente esquemáticas. Os pontos representam regiões que passaram pelo teste t bilateral, no nível de 95%. (figura 9 de Weickmann et al., 1985)

Weickmann et al. (1985)

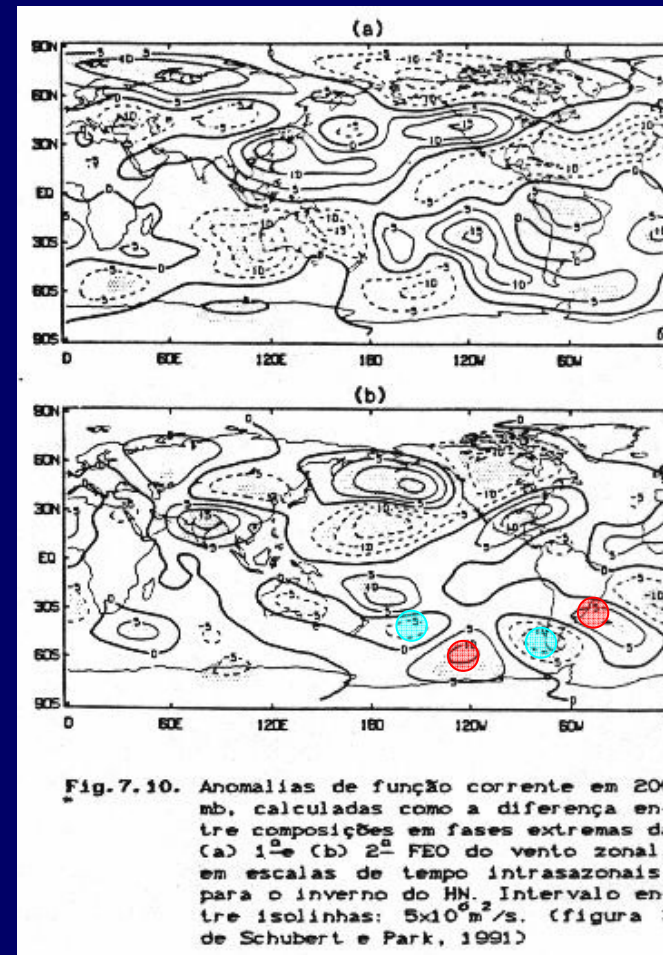
# Aplicações das FI

## ♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

### □ Teleconexões envolvidas



Weickmann et al. (1985)



Schubert e Park (1991)



# Aplicações das FI

♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

☐ Fontes de calor e análise de FI do PNA

EU+

PNA-

EU-

PNA+

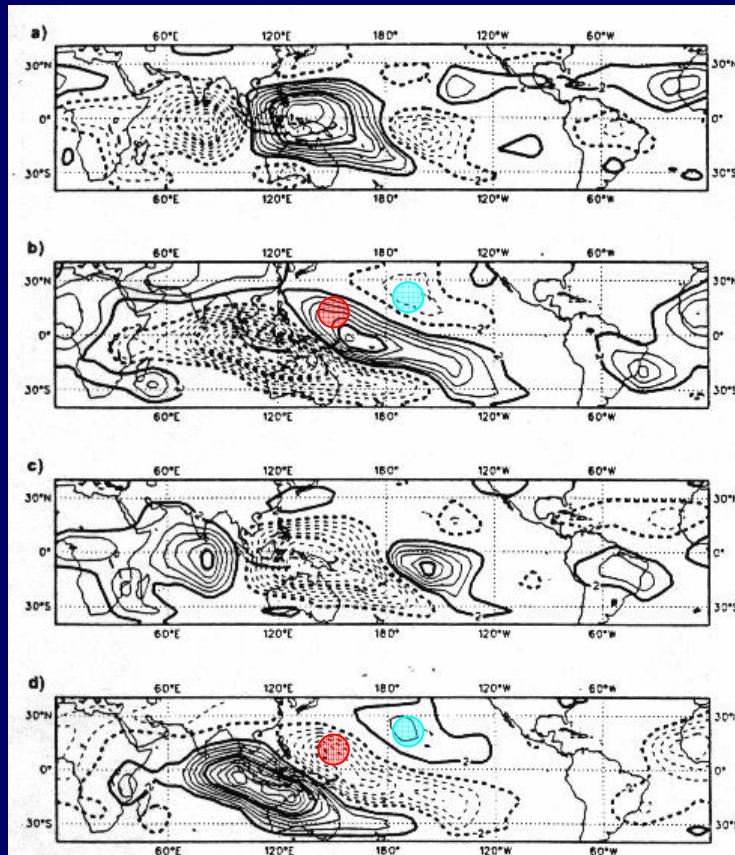
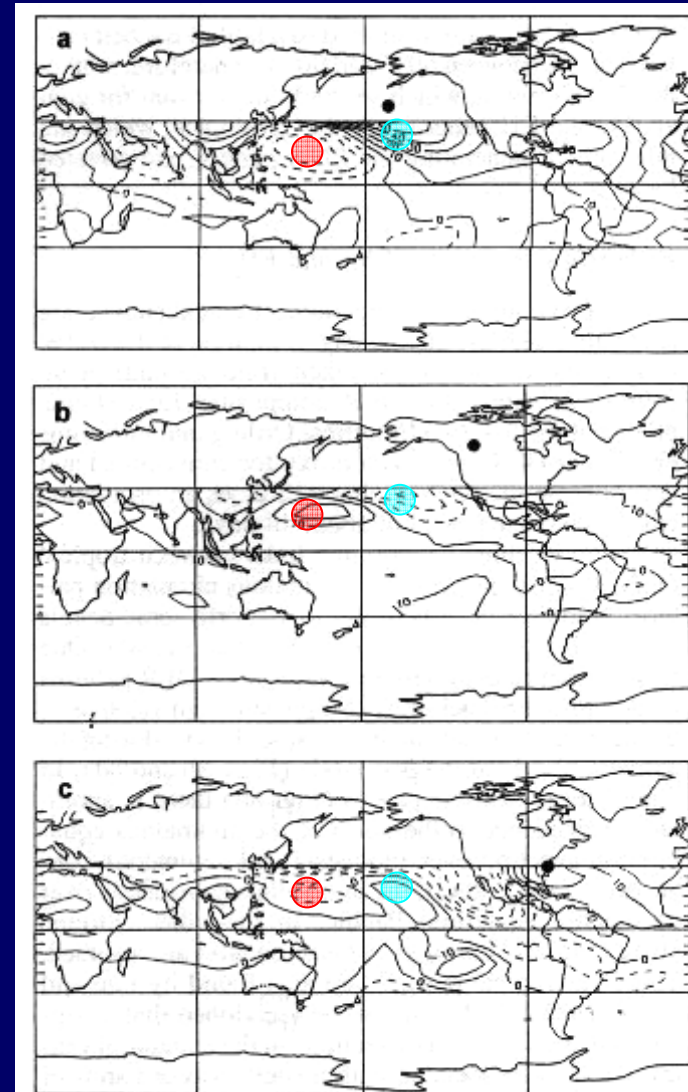


Fig. 7.7. Composição de ROL a partir dos dias em que (a) o coeficiente da 2ª FEO foi maior que um desvio padrão; (b) o coeficiente da 1ª FEO foi maior que um desvio padrão; (c) o coeficiente da 2ª FEO foi menor que menos um desvio padrão; (d) o coeficiente da 1ª FEO foi menor que menos um desvio padrão. Intervalo entre isolinhas: 2 w/m². (figura 3 de Ferranti et al., 1990)





# Aplicações das FI

## ♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

### ☐ Fontes de calor e análise de FI do EU

EU+

PNA-

EU-

PNA+

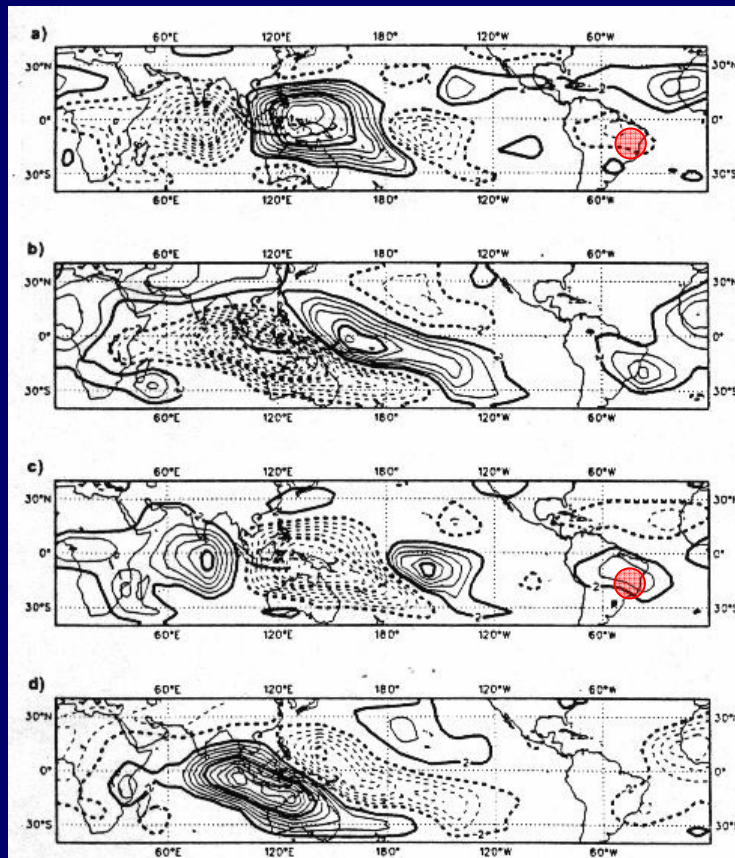
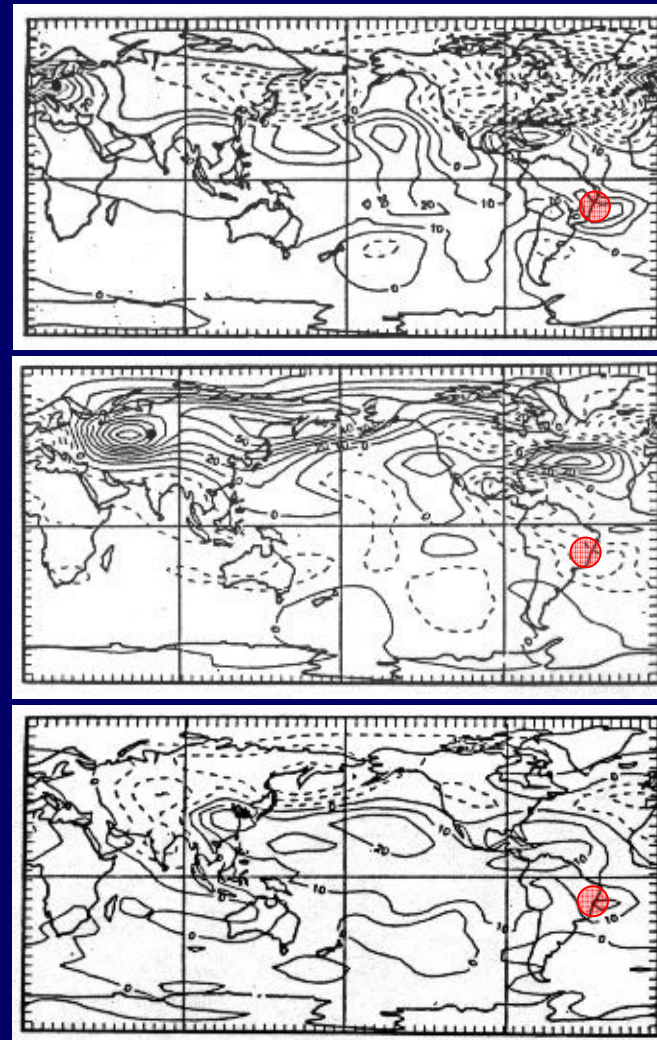


Fig. 7.7. Composição de-ROL a partir dos dias em que (a) o coeficiente da 2<sup>a</sup> FEO foi maior que um desvio padrão; (b) o coeficiente da 1<sup>a</sup> FEO foi maior que um desvio padrão; (c) o coeficiente da 2<sup>a</sup> FEO foi menor que menos um desvio padrão; (d) o coeficiente da 1<sup>a</sup> FEO foi menor que menos um desvio padrão. Intervalo entre isolinhas: 2 w/m<sup>2</sup>. (figura 3 de Ferranti et al., 1990)



# Aplicações das FI

## ♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

### ☐ Fontes de calor e análise de FI da conexão ZCPS-ZCAS

EU+

PNA-

EU-

PNA+

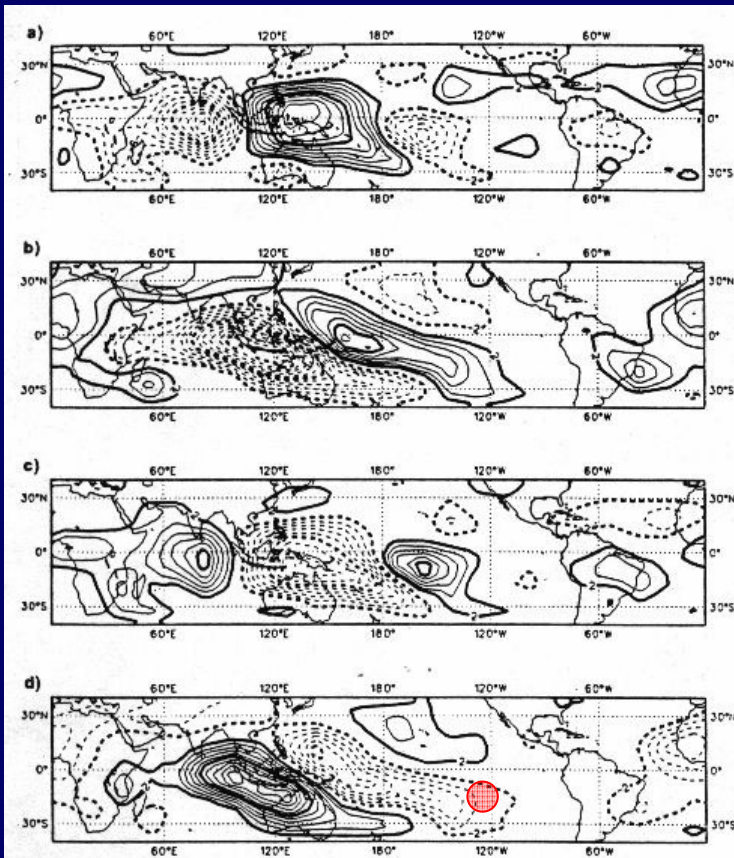


Fig. 7.7. Composição de ROL a partir dos dias em que (a) o coeficiente da 2<sup>a</sup> FEO foi maior que um desvio padrão; (b) o coeficiente da 1<sup>a</sup> FEO foi maior que um desvio padrão; (c) o coeficiente da 2<sup>a</sup> FEO foi menor que menos um desvio padrão; (d) o coeficiente da 1<sup>a</sup> FEO foi menor que menos um desvio padrão. Intervalo entre isolinhas: 2 w/m<sup>2</sup>. (figura 3 de Ferranti et al., 1990)

Jones e Horel (90)

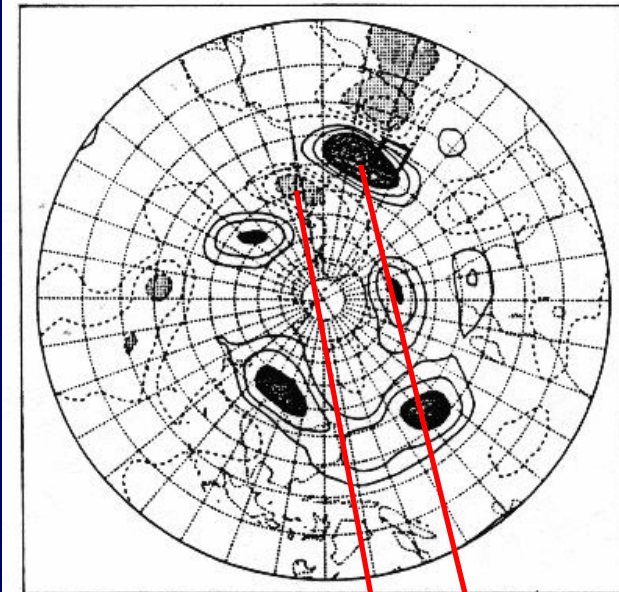
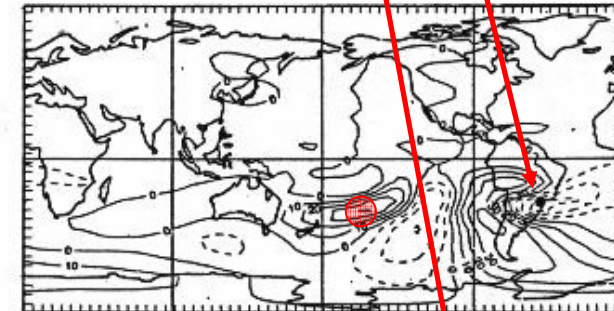
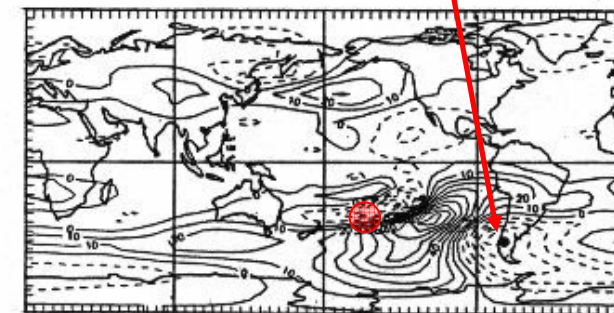


Fig. 7.18. Correlação entre série temporal de ROL média na região de referência sobre a ZCAS (indicada por um quadrilátero) e séries temporais de altura geopotencial em 200 mb. As



(a)



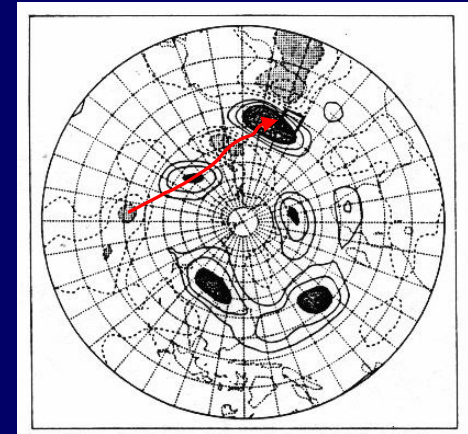
(b)



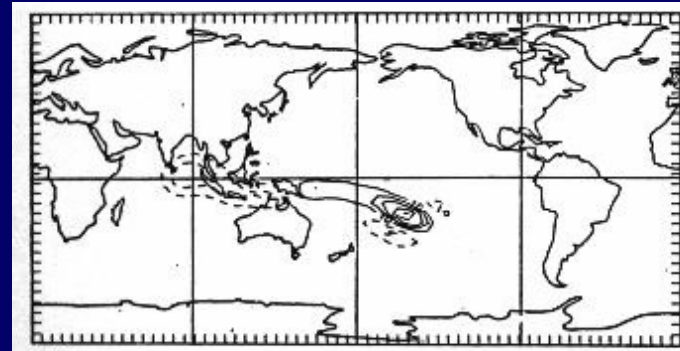
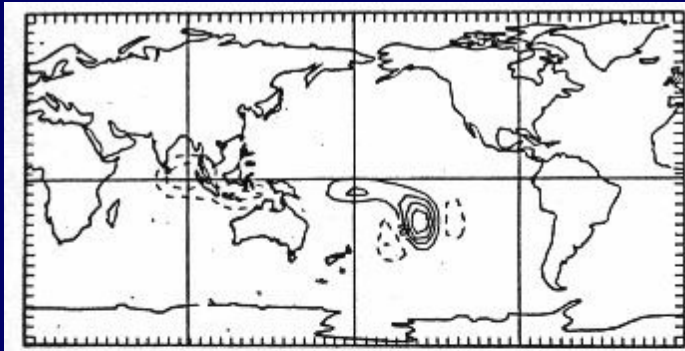
# Aplicações das FI

♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

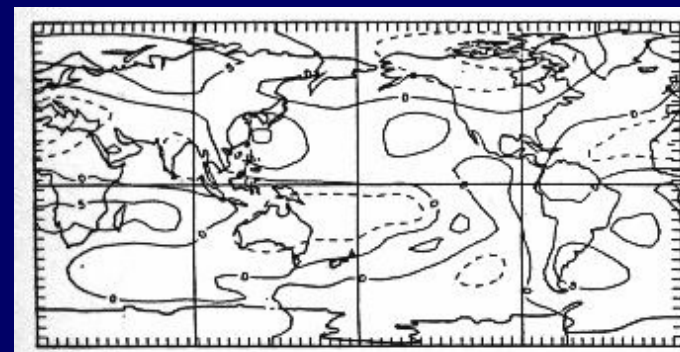
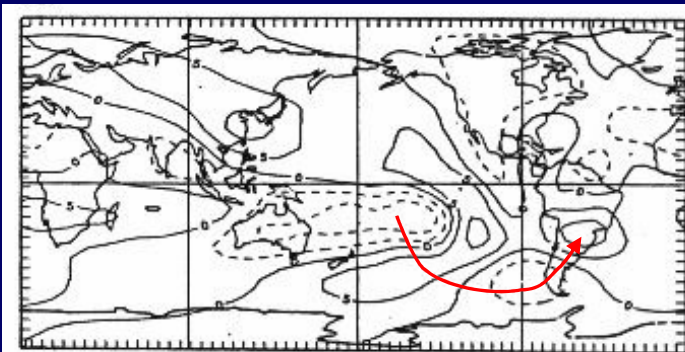
☐ A conexão ZCPS-ZCAS



$D'$



$\psi'$



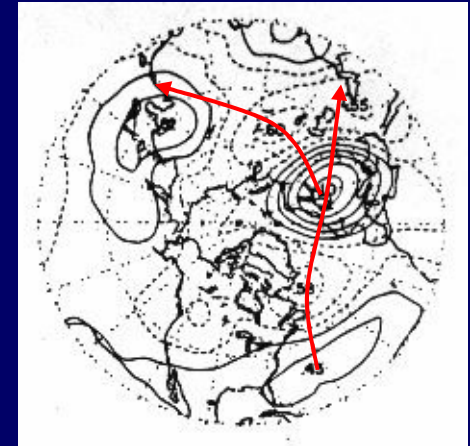
ZCPS a sudeste da posição média

ZCPS na posição climatológica

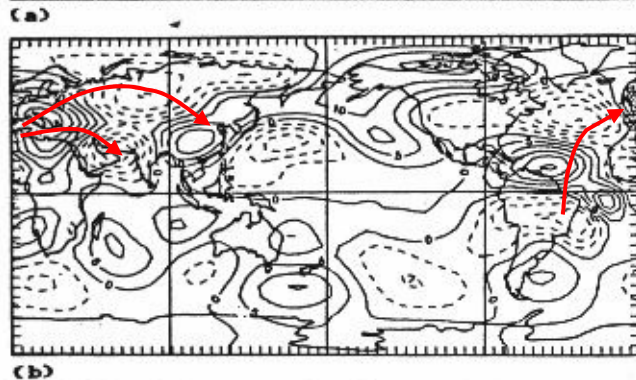
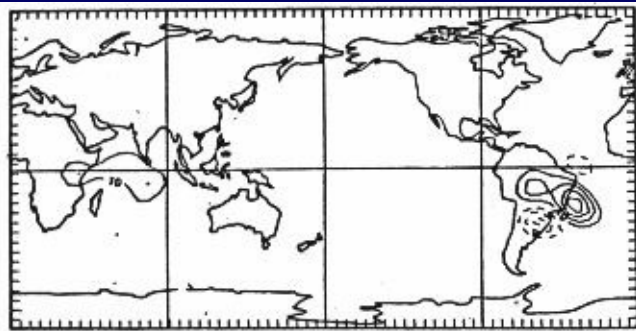
# Aplicações das FI

♣ A Oscilação de 30-60 dias (OMJ)

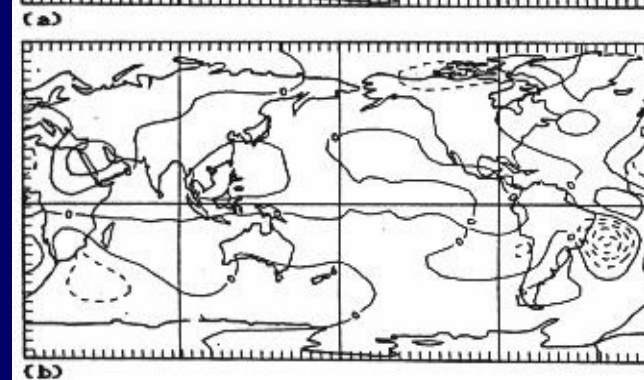
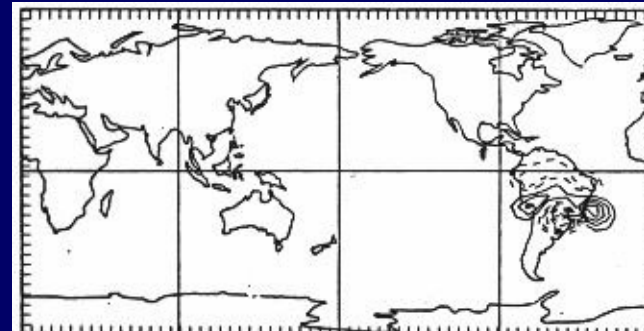
☐ A conexão ZCAS-padrão EU



D'



$\Psi'$



Correlação  $h_{500}$  p/  
pt.1 (Blackmann et  
al. 84)

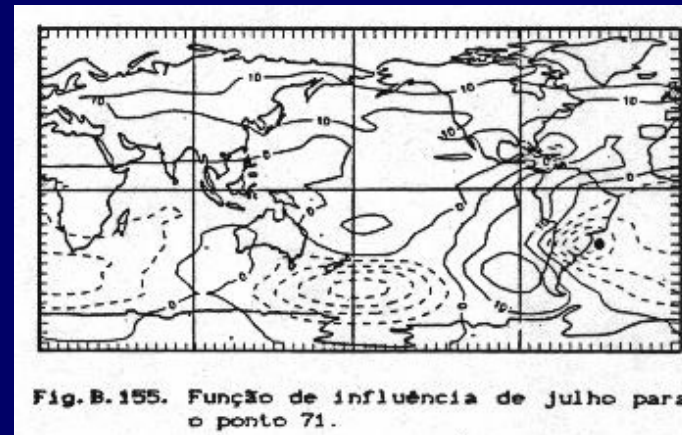
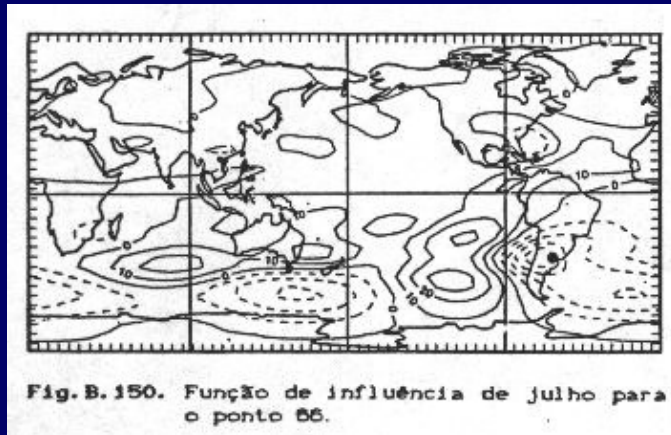
ZCAS intensificada

ZCPS na posição climatológica



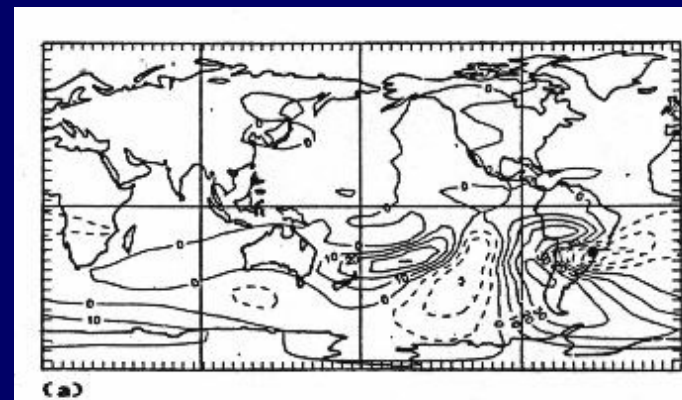
# Aplicações das FI

- ♣ **Influência de convecção anômala no Atlântico tropical oeste sobre o Sul/Sudeste do Brasil no inverno do HS**
- **Influência da estação de furacões no Atlântico, da OMJ no verão do Hemisfério Norte, ou das oscilações da ITCZ no Atlântico?**



# Julho

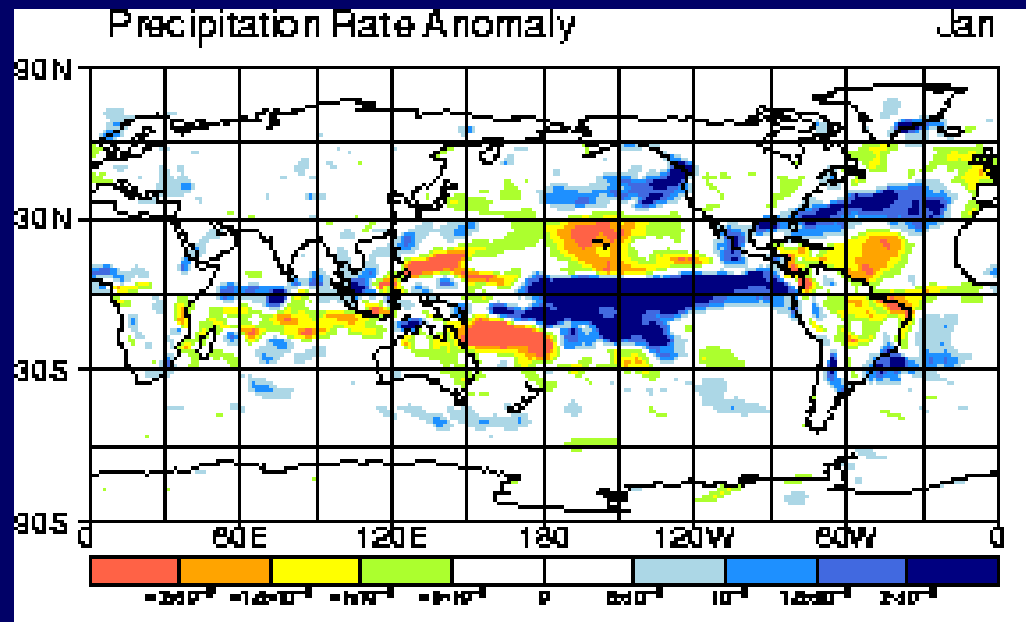
**Grande diferença da FI de inverno em relação à FI de verão:**



# Janeiro

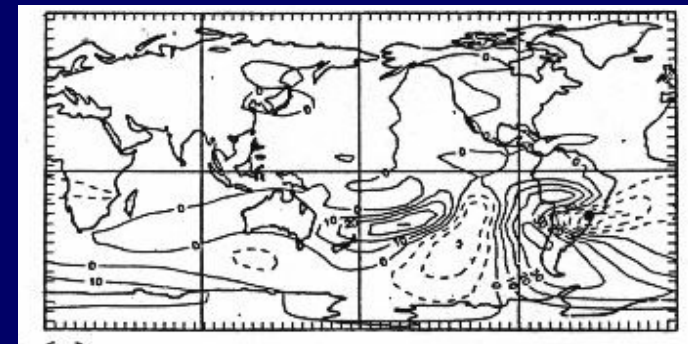
# Aplicações das FI

## ♣ O impacto de ENOS no Brasil na primavera/verão

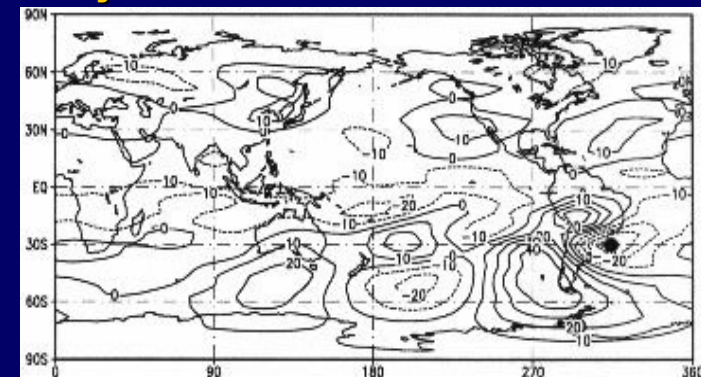


**Influências remotas versus influências locais?**

(Apresentação à parte: Grimm 2003, Grimm et al. 2006)



**FI janeiro**



**FI novembro**

# Aplicações das FI

## ♣ Variações interdecadais do desempenho de modelos climáticos

**Modelos reproduzem as variações interdecadais das teleconexões?**

(Apresentação à parte: Grimm et al. 2006)